ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
имени Н. Э. Баумана
2011

Научно-теоретический и прикладной журнал широкого профиля

Издается с 1990 г.

Серия «Естественные науки»
Специальный выпуск
«Физические интерпретации теории относительности»

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

В соответствии с постановлением Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации журнал включен в Перечень периодических и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 4

Гладышев В. О., Кауц В. Л. О дальнейшем развитии и расширении теории относительности 5

Darvas G. GTR and the isotopic field charge spin assumption 15

Mišković O., Olea R. Black hole thermodynamics in Einstein—Gauss—Bonnet gravity with negative cosmological constant coupled to non-linear electrodynamics 31

Rowlands P. Duality and nonlocality 44

Антонюк П. Н. Рациональная параметризация преобразований в теории поля 60

Варгашкин В. Я. Визуализация распределения по небесной сфере анизотропии магнитных свойств ранней вселенной согласно данным WMAP-измерений Q- и U-параметров Стокса реликтового излучения 68

Васильев Н. С., Горелик В. С. Свойства квазичастиц с положительной и отрицательной массой покоя в кристаллах и физическом вакууме 81

Гладышев В. О., Тиунов П. С., Леонтьев А. Д., Гладышева Т. М., Терешин А. А., Фомин И. В., Шарандин Е. А., Яворский А. В. Поиск анизотропии пространства на основе результатов эксперимента SADE 94

Горелик В. С., Измайлов Г. Н. Вынужденные процессы конверсии фотонов в псевдоскалярные бозоны в физическом вакууме и в материальных средах 110

Жотиков В. Г. Постулаты Бора и квантование Бора — Зоммерфельда как следствия геометрии Финслера 120
Измайлов Г. Н. Черные дыры. Проблемы минимальности массы и передачи вращения 133
Кауц В. Л. Темная материя и аномальные события в Солнечной системе 141
Коротаев С. М., Киктенко Е. О. Причинность при декогеренции асимметричных запутанных состояний 149
Корюкин В. М. К вопросу о физической интерпретации потенциала Лобачевского — Черникова и его роли в теории фундаментальных взаимодействий 156
Крысанов В. А. Чувствительность лазерных измерителей малых колебаний 163
Лебедев Ю. А., Кирьянов Д. А. Эвереттические и холические аспекты описания пространства-времени, вероятности и декогеренции сложных квантовых систем 180
Петров А. Н. Канонические законы сохранения в теории гравитации Эйнштейна — Гаусса — Боне и их приложения 193
Сипаров С. В. О гравитации движущихся тел 206
Челноков М. Б. Оценка параметров Вселенной на основе расширенной системы планковских величин 218
Юрасов Н. И. О массе и времени жизни бозона Хиггса 222
Авторы статей 226

CONTENTS

Preface 4
Gladyshev V. O., Kauts V. L. On Further Development and Extension of Relativity Theory 5
Darvas G. GTR and the Isotopic Field Charge Spin Assumption . . 15
Mišković O., Olea R. Black Hole Thermodynamics in Einstein—Gauss—Bonnet Gravity with Negative Cosmological Constant Coupled to Nonlinear Electrodynamics 31
Rowlands P. Duality and Nonlocality 44
Antonyuk P. N. Rational Parameterization of Transformations in Classical Field Theory 60
Vargashkin V. Ya. Visualization of Distribution of Anisotropy Of Magnetic Properties of the Early Universe over the Celestial Sphere according to WMAP-Measurements of Q- and U-Stokes Parameters of CMB 68
Vasil'ev N. S., Gorelik V. S. Properties of Quasiparticles with Positive and Negative Rest Masses in Crystals and Physical Vacuum 81
Gladyshev V. O., Tiunov P. S., Leontiev A. D., Gladysheva T. M., Tereshin A. A., Fomin I. V., Sharandin Ye. A., Yavorskii A. V. Search for Space Anisotropy Based on Results of SADE Experiment 94

Gorelik V. S., Izmailov G. N. Stimulated Processes of Photon Conversion into Pseudoscalar Bosons in Physical Vacuum and Material Media 110
Zhotikov V. G. Bohr's Postulates and Bohr—Sommerfeld Quantization as a Corollary of Finsler Geometry 120
Izmailov G. N. Black Holes. Problem of Mass Minimality and Rotation Transfer 133
Kauts V. L. Dark Matter and Anomalous Events in the Solar System 141
Korotaev S. M., Kiktenko E. O. Causality during Decoherence of Asymmetric Entangled States 149
Koryukin V. M. To Physical Interpretation of Lobachevsky—Chernikov Potential and Its Role in Theory of Fundamental Interactions 156
Krysanov V. A. Sensitivity of Laser Meters of Small Oscillations 163
Lebedev Yu. A., Kir'yanov D. A. Everett's and Holistic aspects of Space-Time Description, Probability and Decoherence of Complex Quantum Systems 180
Petrov A. N. Canonical Conservation Laws in Einstein—Gauss—Bonnet Theory and Their Applications 193
Siparov S. V. On Gravitation of Moving Bodies 206
Chelnokov M. B. Estimation of the Universe Parameters Based on the Extended System of Planck Units 218
Yurasov N. I. On Mass and Lifetime of Higgs Boson 222
Authors 226

Предисловие

Статьи, отобранные Оргкомитетом для включения в спецвыпуск «Физические интерпретации теории относительности» журнала «Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана», были представлены на очередной Международной конференции «Физические интерпретации теории относительности» — PIRT, проходившей в Москве в МГТУ им. Н. Э. Баумана 4–7 июля 2011 года. В них отражены современные достижения в области развития математических и физических основ теории относительности.

Первая конференция PIRT была проведена в 1988 году и организована усилиями профессора Майкла Даффи (School of Computing Science and Technology, University of Sunderland) и до 2003 года представляла собой четырехдневное событие в Империал-колледже (Лондон), происходящее каждые два года.

В 2003 году конференция PIRT впервые была проведена в Москве в МГТУ им. Н. Э. Баумана. В настоящее время конференция PIRT организуется University of Liverpool и МГТУ им. Н. Э. Баумана и проводится ежегодно: поочередно в Лондоне и Москве.

Председателем Международного академического комитета конференции с российской стороны является академик РАН, заведующий кафедрой «Оптико-электронные приборы для научных исследований» МГТУ им. Н. Э. Баумана В. И. Пустовойт.

Традиционно на конференциях обсуждаются современные достижения в области физических, геометрических и математических интерпретаций формальных построений общей и специальной теории относительности, а также вопросы проверки различных математических выражений принципа относительности. Конференции призваны объединить научные школы для совместного решения физико-математических и технических проблем в этой области.

Основной целью конференции PIRT—2011 было обсуждение современных обобщений и наблюдаемых следствий теории относительности, космологии, таких, в частности, как темная материя, анизотропия реликтового микроволнового излучения, проблемы регистрации гравитационных волн, гравитационное линзирование, анизотропные свойства крупномасштабной структуры, и другие, которые должны учитываться при точном пространственно-временном описании событий. Участники обсуждали предложения о проведении новых тестов теории относительности, включая космические, результаты выполненных экспериментов, их физические интерпретации.

Подробная информация о конференции размещена на сайтах конференции:

`http://fn.bmstu.ru/phys/nov/konf/pirt2011/pirt2011_ru.html`
`http://www.space-lab.ru/PIRT_2011.php?lang=rus`

Peter Rowlands,
University of Liverpool

Michael Duffy,
University of Sunderland

Владимир Гладышев,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Андрей Морозов,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

О дальнейшем развитии и расширении теории относительности

(по материалам XV Международной конференции «Физические интерпретации теории относительности», Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана, 4–7 июля 2011 г.)

В. О. Гладышев, В. Л. Кауц

E-mail: vgladyshev@mail.ru; vkauts@mail.ru

Недавно завершила работу XV Международная конференция «Физические интерпретации теории относительности», состоявшаяся в МГТУ им. Н. Э. Баумана. Это традиционное мероприятие, проводимое каждый год поочередно в Великобритании и России, привлекает внимание специалистов, занимающихся фундаментальными проблемами общей теории относительности (ОТО) и возможностями ее дальнейшего обобщения.

В этом году на конференции были представлены работы исследователей из восьми стран: Великобритании, Венгрии, России, Польши, Украины, Франции, Чили, Швеции.

Центральной тематикой конференции по-прежнему остаются фундаментальные основы ОТО и возможности дальнейшего расширения стандартной теории относительности. Однако смежным вопросам, в частности современной квантовой электродинамике и физике элементарных частиц, также уделяется большое внимание. Чтобы сориентироваться в кратком обзоре докладов, можно условно разделить рассмотренные вопросы на следующие категории:

1) экспериментальная проверка современной теории относительности и поиск возможных отклонений, описываемых различными версиями обобщений ОТО;

2) дальнейшее расширение и обобщение ОТО;

3) современное развитие космологии, квантовой электродинамики, физики элементарных частиц.

Одним из предсказаний ОТО является присутствие во Вселенной гравитационных волн, поиску которых во всем мире в последние годы уделяется огромное внимание. В докладе В. А. Крысанова (РФ, Москва) обсуждалась современная чувствительность лазерных измерителей малых колебаний. Детально были рассмотрены характеристики и возможности пилотной модели гравдетектора ОГРАН.

В докладе I. Dymnikovoi (Poland, University of Warmia and Mazury) детально обсуждались проблемы электродинамики в присутствии сильных гравитационных полей [1].

Доклад И. Жогина (РФ, Новосибирск) был посвящен теории Абсолютного Параллелизма, в свое время предложенной Эйнштейном как развитие общей теории относительности [2]. Гравитационная модель, возникающая в этой теории, воспроизводит ньютоновский закон притяжения на малых расстояниях, но дальше закон меняется: $F \sim 1/r$. Это может объяснить данные о вращении галактик без привлечения гипотезы темной материи. Излучение гравитационных волн также происходит иначе, чем в ОТО, и для «коротких» волн оно должно быть подавлено.

В докладе R. Olea (Chile, Pontifica Universidad Catolica de Valparaca) рассматривались проблемы термодинамики черных дыр и нелинейной электродинамики в гравитации Эйнштейна — Гаусса — Боннэ в случае произвольной размерности пространства [3].

В докладе П. С. Тиунова с соавторами (РФ, Москва) обсуждалась проблема экспериментального обнаружения анизотропии скорости распространения электромагнитного излучения, возникающая в движущихся средах. Основанием для подобных исследований является зависимость фазовой скорости света от скорости движения среды, в которой излучение распространяется [4]. В целях построения карты анизотропии пространства скоростей электромагнитного излучения в движущейся среде коллективом сотрудников МГТУ им. Н. Э. Баумана проводится эксперимент SADE [5]. В эксперименте используется двухлучевой интерферометр, построенный по кольцевой схеме и содержащий вращающийся оптически прозрачный диск. Ожидается, что при изменении пространственной ориентации интерферометра будут наблюдаться вариации во временном спектре сигнала, пропорционального положению интерференционных полос. В докладе сообщалось о том, что в эксперименте была подтверждена линейная зависимость сдвига интерференционных полос от скорости движения среды до 29,6 м/с. Представлены первые результаты измерения карты анизотропии в галактических координатах.

Доклад N. H. Abramson (Sweden, Royal Institute of Technology) был посвящен проблеме распространения света в специальной и общей теориях относительности. Обсуждалась важность данной проблемы в голографии, интерферометрии [6].

В докладе G. Darvas (Hungary, Institute for Research Organisation of the Hungarian Academy of Sciences) рассматривались принцип эквивалентности в теории относительности и возможные расширения стандартной модели физики элементарных частиц [7].

Доклад Н. И. Юрасова (РФ, Москва) был посвящен современным проблемам физики элементарных частиц. В частности, детально обсуждались различные моды распада бозонов Хиггса, космологические

аспекты его существования, а также перспективы его обнаружения на Большом адронном коллайдере.

В докладе С. В. Сипарова (РФ, С.-Петербург) была предложена новая модель для описания физической реальности — фазовое пространство-время с новым типом геометрии, которое является основой анизотропной геометродинамики (АГД) и позволяет обойтись без темной материи при интерпретации наблюдаемых кривых вращения, закона Талли — Фишера, динамики шаровых скоплений, гравитационного линзирования. В рамках АГД, в которой гравитационная сила зависит от скорости гравитирующих тел в большей степени, чем в известных теориях, предложена модель образования рукавов и перекладин в спиральных галактиках и указывается на возможность существования отрицательных гравитационных линз, что допускает новую интерпретацию данных наблюдений SN1a. Использование АГД также приводит к новым космологическим представлениям, которые могут рассматриваться наряду с известными [8].

Доклад F. Lassialle (France, University of Nice Sophia-Antipolis) был посвящен гравитационной модели на базе трехэлементной теории [9]. В рамках данного подхода были сделаны попытки объяснить ряд аномальных явлений в Солнечной системе, а также решить загадку темной материи.

В докладе С. М. Коротаева и Е. О. Киктенко (РФ, Россия) был развит новый метод квантового причинного анализа, представляющий строгую формализацию исходных идей причинной механики Н. А. Козырева. Причинность определяется количественно и без обычной апелляции к запаздыванию следствия относительно причины. Отсюда оказывается разрешенным обратное время. Вопреки распространенному мнению о «беспричинности» квантового мира, в общем случае это не так. Однако в отличие от классического мира необходимым условием квантовой причинности является открытость системы. Новый подход помогает понять интуитивно описанный Дж. Крамером принцип слабой причинности, который разрешает обращение времени в запутанных состояниях.

Важные общефизические проблемы локальности — нелокальности взаимодействий детально обсуждались в докладе P. Rowlands (Great Britain, University of Liverpool) [10].

В докладе М. Х. Шульмана (РФ, Москва) было введено понятие энтропии произвольного источника тяготения на основе простой и ясной концепции множества эквивалентных конфигураций с центрально-симметричным распределением массы внутри сферы данного радиуса и данной массы. Предложена обобщенная формула Бекенштейна, отличающаяся наличием отношения реальной плотности массы

к критической плотности, при которой происходит гравитационный коллапс. Эта формула применима для произвольного источника гравитации. Были рассмотрены космологические следствия данной концепции [11].

Доклад Ю. А. Рылова (РФ, Москва) был посвящен проблеме дискретности геометрии пространства-времени, которая может проявляться при высоких энергиях [12, 13]. Получены алгебраические динамические уравнения каркасной модели, поскольку в дискретной геометрии не может быть дифференциальных уравнений. Уравнения записываются в бескоординатном виде, что избавляет от необходимости рассматривать преобразования координат. Динамические уравнения не содержат силовых полей, которые включены в мировую функцию пространства-времени. В результате теория элементарных частиц приобретает монистический характер, когда происходит полная геометризация динамики и все величины выражаются через мировую функцию, полностью описывающую геометрию пространства-времени. Каркасная концепция относится к современной теории элементарных частиц примерно так же, как квантовая механика, описывающая устройство атомов, — к периодической системе химических элементов, не способной описать устройство атомов, но успешно осуществляющей их классификацию.

В докладе С. В. Петухова (РФ, Москва) была рассмотрена связь генетического кода с 8-мерными гиперкомплексными числами. Неожиданные данные о партнерстве генетической системы с алгебраическими формализмами теории помехоустойчивого кодирования и теоретической физики дало изучение автором алгебраических свойств многоуровневой системы взаимосвязанных генетических алфавитов. В отличие от лингвистики, согласно которой каждый язык обладает одним алфавитом, молекулярно-генетическая система наделена множеством взаимно связанных алфавитов. В докладе было рассмотрено применение матричных методов теории помехоустойчивого кодирования к изучению этой системы алфавитов, в результате которого были выявлены связи генетической системы с 8-мерными алгебрами гиперкомплексных систем (расширениями двойных и комплексных чисел), ортогональными системами функций Радемахера и Уолша, матрицами Адамара и др. Тем самым система генетических алфавитов, общая для всех живых организмов, своими алгебраическими свойствами подсказывает новый — алгебраический — путь к познанию живой материи и развитию алгебраической биологии, связанной с гиперкомплексными числами [14, 15].

Доклад Л. И. Петровой (РФ, Москва) был посвящен описанию физических структур, из которых формируются физические поля (гра-

витационные, электромагнитные и т. д.) замкнутыми внешними кососимметричными формами, соответствующими законам сохранения. Было показано, что замкнутые внешние формы, описывающие физические структуры, получаются из кососимметричных форм, которые выводятся из уравнений законов сохранения (энергии, количества движения, момента количества движения и массы) для материальных систем (космологических, систем заряженных частиц и пр.) и обладают эволюционными свойствами. Процесс получения замкнутых внешних форм из эволюционных раскрывает механизм физических структур и показывает, что физические поля генерируются материальными системами.

В докладе А. Н. Петрова (РФ, Москва) были рассмотрены методы построения сохраняющихся величин (массы, импульса и др.) для возмущений на произвольных фонах для произвольной метрической теории гравитации [16]. Основой является построение токов и суперпотенциалов. Эти величины в явном виде построены докладчиком в теории Эйнштейна — Гаусса — Боне. Они используются для анализа недавно полученных излучающих решений в этой теории. Построены массы и потоки масс для этих решений. На основании этого сделаны выводы о физической значимости решений в различных режимах. Тем самым продемонстрирована эффективность предлагаемых методов. Это позволяет планировать использование методов для анализа других, более сложных решений, а также открывает перспективы развития методов построения сохраняющихся величин в других теориях. Исследования находятся в русле современных теоретических интересов в изучении гравитации, поскольку анализ различных метрических модификаций теории Эйнштейна испытывает необычайный подъем.

Доклад Ю. В. Думина (РФ, Москва) был посвящен анализу влияния темной энергии на движение планет Солнечной системы с рассмотрением величины ожидаемого эффекта и точности современных и планируемых наблюдательных данных [17].

В докладе М. Б. Челнокова (РФ, Москва) была рассмотрена гипотеза о возможности модификации планковских величин за счет безразмерной постоянной тонкой структуры. Были проанализированы следствия такой модификации и возможные наблюдательные проявления.

Доклад В. Л. Кауца (РФ, Москва) был посвящен гравитационным экспериментам в рамках космического проекта «РадиоАстрон», запущенного 18 июля 2011 г. [18]. Возможности проведения прецизионных измерений связаны с наличием на борту высокоточного водородного стандарта частоты, прецизионным измерением параметров орбиты космического радиотелескопа и проведением корреляционного анализа радиоданных. В докладе приведена ожидаемая точность из-

мерений, проанализированы возможности тестирования расширений теории относительности, а также изучения известных аномальных явлений в Солнечной системе (аномалия «Пионеров», flyby-аномалия, увеличение астрономической единицы).

В докладе В. С. Горелика, Г. Н. Измайлова (РФ, Москва) анализируются условия осуществления процессов конверсии фотонов солнечного излучения в сверхлегкие бозоны: аксионы (псевдоскалярные бозоны) или хидтоны (скалярные бозоны) за счет нелинейных добавок в уравнениях для электромагнитного поля. Рассматривается возможность детектирования солнечных аксионов и хидтонов на основе использования детекторов, включающих в себя глобулярные фотонные кристаллы, заполненные органическими люминофорами. Предложены схемы лабораторных экспериментов по наблюдению процессов вынужденной конверсии фотонов интенсивного лазерного излучения в аксионы и хидтоны. Оптимизированы условия наблюдения эффекта «проникновения света сквозь стенку» с учетом возможностей применения мощных ультракоротких лазерных импульсов и сверхсильных импульсных магнитных полей.

Доклад В. С. Горелика (РФ, Москва) был посвящен анализу свойств исходного физического вакуума как кристаллической структуры типа алмаза, возникшей при высоких температурах и давлениях. Кристаллическая решетка исходного физического вакуума сформировалась в результате гравитационного притяжения прачастиц (максимонов с массой $m \sim 10^{-5}$ г) и характеризовалась периодом $a_0 \sim 10^{-33}$ см. Такая решетка оказалась неустойчивой относительно продольной акустической моды, что привело к ферроэластическому фазовому переходу с образованием сверхструктуры с периодом $a \sim 10^{-15}$ см, возникшей в результате конденсации в исходном вакууме периодически расположенных сферических дефектов — инстантонов. Был проанализирован вид спектра квазичастиц физического вакуума — поперечных и продольных фотонов, а также сверхлегких скалярных и псевдоскалярных бозонов — хиггсонов и аксионов. Также проведено обсуждение эффектов фотон-бозонной конверсии в различных материальных средах и предложены эксперименты для их наблюдения в лаборатории.

В докладе Д. Г. Павлова (РФ, Москва) на основании аналогии между эллиптическими и гиперболическими комплексными числами и соответствия голоморфным функциям от эллиптических чисел двумерным стационарным электрическим и магнитным полям выдвигается гипотеза о существовании в реальности поля, связанного с h-голоморфными функциями от двойных чисел и являющегося гиперболическим аналогом электромагнитного поля. Предложена принципиаль-

ная схема и начато изготовление лабораторной установки, с помощью которой можно будет доказать или отвергнуть гипотезу наличия гиперболического поля в реальности.

Доклад Б. Е. Мееровича (РФ, Москва) был посвящен описанию векторных полей в расширяющейся Вселенной в рамках многомерного обобщения ОТО. Обсуждалось применение данной модели к решению космологических проблем [19].

В докладе О. В. Бабуровой, Б. Н. Фролова, К. Н. Липкина (РФ, Москва) рассматривалось построение конформной теории гравитации со скалярным полем в пространстве-времени Вейля — Картана на современном математическом языке внешнего дифференциального исчисления. Как известно, конформная симметрия играет значительную роль в квантовой теории поля. Важной задачей является создание адекватной конформной классической теории поля, в частности конформной теории гравитационного поля. В докладе были рассмотрены один из подходов объяснения быстрого спада величины эффективной «темной энергии» на ранних стадиях развития Вселенной и выход на постоянную величину на современном этапе (Фридмановская эра). В качестве эффективного космологического члена выступает слагаемое $\Lambda\beta^4$, где Λ — лямбда член, а β — скалярное поле Дирака. Отметим, что проблема «темной энергии» является, по словам академика В. А. Рубакова, одной из главных проблем теоретической физики.

Доклад Ю. А. Лебедева, Д. А. Кирьянова (РФ, Москва) был посвящен одной из наиболее важных современных физических и философских проблем, связанных с многомировой интерпретацией нашей Вселенной. Детально были рассмотрены эвереттические аспекты свойств пространства-времени, вероятности и декогеренции сложных квантовых систем [20].

В докладе В. М. Корюкина (РФ, Йошкар-Ола) рассмотрено применение гравитационного потенциала Лобачевского — Черникова для решения ряда космологических задач.

В докладе Е. А. Щербак (Украина, Днепропетровск) были рассмотрены три основных подхода к объяснению аберрации в рамках релятивисткой механики: это метод, предложенный А. Эйнштейном; объяснение, основанное на методе сложения скоростей; метод, предложенный Б. Герасимовичем. Обсуждались основные подходы к объяснению аберрации в рамках СТО, а также проведен их сравнительный анализ с выделением сильных и слабых сторон.

Доклад Д. Г. Павлова (РФ, Москва) был посвящен исследованию данных по анизотропии реликтового излучения для уточнения метрики реального пространства-времени. Известно, что помимо геометрии классической физики, иногда именуемой геометрией Галилея, и ре-

лятивистской геометрии Минковского существуют еще как минимум две плоские четырехмерные геометрии, имеющие предельные переходы к ньютоновой механике. Пространства, соответствующие этим геометриям, являются финслеровыми, и их иногда именуют пространствами с метриками Чернова и Бервальда — Моора. Таким образом, представляет интерес проверка, какому из нескольких вариантов псевдориманова или финслерова пространства-времени лучше соответствует реальное распределение температуры, например, у реликтового излучения. Для такой проверки предлагается выделить из данных распределения сантиметровых волн, получаемых в рамках программы PLANK, составляющую сигнала, обладающую годовым периодом вариаций амплитуды и фазы, связанную с орбитальным движением Земли вокруг Солнца. Если в результате такого выделения останутся лишь мультиполи, обладающие осевой симметрией, дополнительное подтверждение получит концепция псевдоримановой геометрии, а если у сигналов, имеющих годовые вариации, не обнаружится осевой симметрии, появится веский экспериментальный аргумент у гипотезы финслеровой природы реального пространства-времени. В этом случае, на наш взгляд, целесообразность замены метрики Минковского более симметричной биквадратичной метрикой Бервальда — Моора станет достаточно обоснованной, при этом у квадратичной метрики сохранится роль хорошего и работоспособного приближения.

В докладе В. Я. Варгашкина (РФ, Орел) было проанализировано распределение магнитных свойств ранней Вселенной по небесной сфере согласно данным WMAP-измерений Q- и U-параметров Стокса реликтового излучения. Сегодня хорошо известно распределение температуры микроволнового реликтового фона по небесной сфере, полученное на основании спутниковых измерений в экспериментах «Реликт», «COBE», «WMAP». Спутниковые данные содержат также результаты измерений распределения Q- и U-параметров Стокса. Совместная обработка этих данных позволила выявить распределение угла поляризации реликтового излучения по небесной сфере. Было показано, что исследуемое распределение носит неслучайный характер. Это подтверждается повторяемостью значений основных установленных характеристик распределения, полученных с использованных каждого из 10 измерительных каналов зонда WMAP за семь лет работы спутника, а также с использованием каждой из семи годичных совокупностей результатов измерений по всем 10 каналам.

Доклад А. В. Букушевой (РФ, Саратов) был посвящен рассмотрению финслерова многообразия с метрикой Бервальда — Моора, согласованной с полиаффинорной структурой. Были доказаны существование и единственность связности нулевого кручения, совместимо-

го с метрикой Бервальда — Моора. Определены условия, при которых многообразие с полиаффинорной алгеброй наделяется структурой пространства над алгеброй поличисел.

Рассмотренные доклады составляют лишь небольшую часть представленных материалов. По итогам работы конференции планируется издание сборника статей на английском и русском языках, так что все желающие смогут ознакомиться с докладами более детально. Информация о сборниках, а также более детальное освещение хода работы конференции размещены на сайте кафедры физики МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Главным итогом конференции «Физические интерпретации теории относительности» кроме интересных докладов и публичных дискуссий можно назвать многочисленные кулуарные дебаты по всем острым проблемам современной физики и философии. Надеемся, что после проведения конференции удалось немного продвинуться в разрешении современных загадок, которые Природа по-прежнему продолжает ставить перед нами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dymnikova I. Regular electrically charged vacuum structures with de Sitter centre in nonlinear electrodynamics coupled to general relativity // Classical and Quantum Gravity. — 2004. — Vol. 21, No. 18. — P. 4417–4428.
2. Zhogin I. L. Old and new research on the Absolute Parallelism theory, http://ru.arxiv.org/abs/gr-qc/0412130.
3. Mišković O., Olea R. Quantum statistical relation for black holes in nonlinear electrodynamics coupled to Einstein — Gauss — Bonnet AdS gravity // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 83. — P. 064017.
4. Гладышев В. О., Гладышева Т. М., Дашко М. и др. Анизотропия пространства скоростей электромагнитного излучения в движущихся средах // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. — 2006. — Т. 3, № 2(6). — С. 173–187.
5. http://www.space-lab.ru/view_experiment.php?lang=rus.
6. Abramson N., Boman J., Bonnevier B. Plane Intersections of rotational ellipsoids // Amer. Math. Monthly. — 2006. — Vol. 119, No. 4. — P. 336–339.
7. Darvas G. Conserved Noether currents, Utiyama's theory of invariant variation, and velocity dependence in local gauge invariance // Concepts of Physics. — 2009. — Vol. 6, No. 1. — P. 3–16.
8. Siparov S. Introduction to the Anisotropic Geometrodynamics. — World Scientific, 2011.
9. Lassiaille F. Three Elements Theory, http://lumi.chez-alice.fr/3elt.pdf.
10. Rowlands P. Zero to Infinity. — World Scientific, Singapore, Hackensack, NJ and City London, 2007.
11. http://www.timeorigin21.narod.ru.
12. Rylov Yy. A. Different representations of Euclidean geometry and their application to the space-time geometry, http://ru.arxiv.org/abs/0709.2755.
13. Rylov Yy. A. Multivariance as a crucial property of microcosm, http://ru.arxiv.org/abs/0806.1716.

14. Петухов С. В. Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. — М.: РХД, 2008. — 316 с.
15. Petoukhov S. V. The genetic code, 8-dimensional hypercomplex numbers and dyadic shifts, http://ru.arxiv.org/abs/1102.3596.
16. Petrov A. N. Noether and Belinfante corrected types of currents for perturbations in the Einstein — Gauss — Bonnet gravity, http://ru.arxiv.org/abs/1102.5636.
17. Dumin Yu. V. A new application of the lunar laser retroreflectors: Searching for the "local" hubble expansion // Advances in Space Research. — 2003. — Vol. 31, No. 11. — P. 2461–2466.
18. http://www.radioastron.ru.
19. Meierovich B. E. Vector order parameter in general relativity: Covariant equations // Phys. Rev. D. — 2010. — Vol. 82. — P. 024004.
20. Лебедев Ю. А. Многоликое мироздание. Эвереттическая прагматика. — М., 2010. — 721 с.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.121.7;52:531.51;530.1:51-72

G. Darvas

GTR AND THE ISOTOPIC FIELD CHARGE SPIN ASSUMPTION

General Theory of Relativity was based in a significant part on the equivalence principle, that states equivalence between the mass of gravity and the mass of inertia. It also declares that gravitational and inertial masses are not identical, for equivalence can be observed between non-identical physical properties. Papers [*1–13*] *dealt in detail with this ambiguity.*

In [*14, 15*] *there has been formulated an assumption that the field charges of the gravitational field—gravitational and inertial—are not only equivalent in their measured quantity, there exists an invariance between them. They are interchangeable and can be considered as macroscopically indistinguishable due to some symmetry. As shown in* [*13–15*], *mass of gravity is associated with the potential part* V *of an object's Hamiltonian and mass of inertia is associated with the kinetic part* T *of an object's Hamiltonian. So we can call the mass of gravity as (scalar) potential mass, and the mass of inertia as kinetic mass.*

In [*16, 17*] *there has been proved the mathematical existence of a gauge invariance in a velocity dependent gauge field. This mathematical derivation led to two conserved Noether currents that exist simultaneously. This result* [*14, 15*] *predicted at first, a conserved quantity—called isotopic field charge spin—and, at second, the exchange of two gauge quanta (bosons) between interacting mass units. One of them can be identified with the earlier assumed graviton. The other boson—let's call it 'dion'* [*14*]*—which appears in the equations due to the consideration of a velocity dependent gauge field, is new, and is a consequence of the conservation of the isotopic field charge spin.*

The paper presents how did the equivalence principle applied in GTR lead to the assumption of the isotopic field charge spin and its conservation, and to the prediction of an additional boson exchange.

The invariance between isotopic field charges in the presence of a velocity dependent gauge field, and the conservation of the isotopic field charge spin were extended to the field charges of other physical interaction fields [*14, 15*], *since the mathematical proof* [*16, 17*] *allowed general interacting kinetic gauge fields. This predicted the exchange of additional gauge bosons in electroweak and strong interactions as well. The result is part of the 'new physics' expected for many years in high energy physics* [*18–22*], *and is a candidate to replace the SUSY assumption. The difference between SUSY and the isotopic field charge spin assumption is that the former renders fermion-boson pairs as new-born brothers to each other, while the latter does fermion-fermion and boson-boson twins. There are only the boson twins new and to be discovered, since the twin brothers of fermions originate in splitting the existing ones and are assumed to be identified with the long 'known' pairs defined by the equivalence principle.*

E-mail: darvasg@iif.hu

Ключевые слова: General Theory of Relativity, high energy physics, space-time coordinates, equivalence principle, symmetry, symmetry breakdown, *isotopic field charges* for the *gravitational interaction*.

Introduction

This paper treats fundamental physical interactions starting from two preliminary assumptions.

(a) Although *mass of gravity* and *mass of inertia* are *equivalent* quantities in their measured values, they are *qualitatively not identical* physical entities. We take into consideration this difference in our equations. Then this '*equivalence is not identity' principle* is extended to sources of further fundamental interaction fields, other than gravity.

(b) *Physical interactions occur between these* qualitatively different *entities*.

These two assumptions do not contradict to any known physical theory, however, they allow another interpretation of facts built in our explanations of physical experience. Based on them we demonstrate the existence of an invariance between the two isotopic forms of the field charges, and formulate certain consequences in our view on the physical structure of matter.

1. The notion of isotopic field charges and their dynamics

1.1. Equivalence does not mean identity

In a strict sense, *identical objects cannot be equivalent*. Only *qualitatively different* objects can be compared to conclude a *quantitative equivalence* between them. Equivalence always presumes the existence of at least one property, in which the compared objects differ. (Isotopic spin is a good example how to avoid ambivalence.)

The equivalence principle is one of the main pillars of the general theory of relativity (GTR). It states the equivalence of the gravitational and inertial masses. Let's consider the mass of gravity and the mass of inertia as two different properties of matter. For the same massive object can behave once as a source of gravity, then as a measure of inertia, we will imagine them as two isotopic states of the same property, called mass of the object.

As much as the mass is the field charge of the gravitational field, we will call its two isotopic states as *isotopic field charges* for the *gravitational interaction*. The gravitational mass is associated with the (scalar) potential part of that interaction, while the inertial mass with the kinetic part. In GTR the latter is attributed to the momentum densities, while the former is associated with the gravitational field energy. They are separated within the stress-energy tensor ($T_{\mu\nu}$), but according to the general relativity principle they can be transformed into each other;—we should add,

at least in their quantitatively equivalent values. GTR does not make any statement about the qualitative transformation of the two kinds of masses into each other. This was a reason to identify them. The need for a qualitative transformation simply has not emerged. Nevertheless, we show that it cannot be avoided. So, we introduce distinction between masses of gravity and inertia in our equations. (In a similar way, the electric charge—i. e., the source of the electromagnetic field—is the field charge of the electromagnetic interaction; flavour and lepton charge—are the sources of the weak field; the colour charge—i. e., the source of the strong field—is the field charge of the strong interaction.) The sources—field charges—are assumed to be realised in the matter field, while they serve as sources for gauge fields. Are they really the same, or can one distinguish the two agents? The mass of gravity and the mass of inertia are considered as two equivalent quantity *isotopic states* of the field charge of the gravitational field. They represent two different qualities. Their concepts express two properties of matter, whose existence originates in different experiences. Physics established quantitative relations between them (i. e., equal values), however this fact does not vanish their qualitative difference. We argue that we have all reason to make distinction between them in our theories.

When we introduce the two isotopic filed charges in our equations, they will destroy certain symmetries of those equations. This contradicts to our experience. Therefore, there must be an invariance that compensates and restores the spoiled symmetry. To avoid the contradiction between experience and theory, we assume that the two kinds of charges of the gravitational field, should be transformed into each other by a gauge transformation. Such a gauge transformation should involve the existence of a conserved property that we define in the following way.

Since the required transformation affects the *isotopic state*s of the individual *field-charges* (we mark it with ד ['daleth' the fourth letter of the Hebrew alphabet]), this transformation must be performed in a special gauge field; and since these states can occupy two positions in that gauge field, it must be a *spin-like property*, therefore, we will call this property as *Isotopic Field-Charge Spin (IFCS)* and denote it by Δ, and we will refer to the invariance transformation what we are seeking for as *isotopic field-charge gauge transformation*. This assumption assumes the existence of a local gauge field, in which the isotopic field-charge spin can rotate and occupy two states and concludes a conserved (non-Abelian) current and a corresponding class of $SU(2)$ type invariances.

For the same object can behave, e. g., in the gravitational field, once as the source of a gravitational force, and in another frame of reference as a source of a (kinetic) inertial force (cf., covariance principle), they must be able to get transformed into each other. Non-Abelian character

and arbitrariness involve that the orientation of the isotopic field-charge spin is of no physical significance. If we determine the proper form of this invariance transformation, it will counteract the loss of symmetry between the two kinds of field-charges, and bring our equations in compliance with the experimental observations.

The required invariance shows certain formal similarities to YM-type invariances [23, 24]. However, it must differ from them in at least two features. Once, the concerned physical property, namely the isotopic field charge (IFC, $\daleth$), is a quite different physical property than the isotopic states of nucleons. Secondly, the gauge field, and consequently the gauge transformation that rotates the isotopic field charge spin (IFCS, Δ) in this gauge field, are quite different from the isotopic gauge field derived for the isotopic spin transformation. (For specification, see section 2.)

The existence of such an invariance transformation provides us with a symmetry, and consequently with a conservation law, with the conservation of the introduced new property (Δ) of the field-charges. The conservation of isotopic field-charge spin is identical with the requirement of invariance of all interactions under isotopic field-charge spin rotation (in the gauge field where it is interpreted). Accordingly, all physical interactions should be invariant under a transformation in a specific gauge field, more precisely, under a rotation of the property, called isotopic field-charge spin (Δ). [15–17] proved that invariance transformation.

1.2. Interaction between the isotopic field charges

When we take a measure on an object, we have no experience that we found it in one or the opposite isotopic state. Would we observe a single particle, it were either in one or in the other IFCS state. We can call the two states as potential and kinetic, scalar and vector, or bound and free states. However, our measurement records a mixture of the two states. Nevertheless, we do not observe the individual IFCS states. Our observation suggests that they behave as being in both states, each measured object can occupy both a potential (bound) and a kinetic (free) IFCS state. In the lack of experience to catch a particle in one or the other stable state, we have good reason to assume that they permanently change their states. (Randomly or with a stable frequency, they may probably follow a similar mechanism like quarks do during their colour change via gluon exchange).

Let us consider a model of a doublet, when a particle can be in a potential state (V) and in a kinetic state (T). According to its actual state it has potential or kinetic energy respectively. According to our observation all particles possess both. We can interpret the phenomenon in the following way: In a *probabilistic model* we can consider that the wave function

of the given particle may be in a potential state with amplitude ψ_V, or in a kinetic state with amplitude ψ_T. We detect a probabilistic mixture in a measurement. In a large set of particles (e. g., in the case of a massive body consisting of many particles) the probabilities reach a stable proportion and we observe stabilised measurable potential and kinetic energies in a given reference frame. A *harmonic oscillator model* presumes the permanent change of a single particle between its two isotopic field charge states. A particle *in a potential state* plays the role of the *source of a scalar field*. Therefore a potential isotopic field charge (we denote by $\daleth_V$) is a scalar quantity. A particle *in a kinetic state* serves as a *current source of a vector field*. So a kinetic isotopic field charge (we denote by $\daleth_T$) plays roles in three vector components according to three, directed, independent components of a field charge current. An important consequence of the switch between the two IFC states is that the isotopic field charges must commute between a scalar and three components of a vector quantity, according to the velocity components of the kinetic state in the given reference frame.

1.3. Isotopic field charges in the gravitational field

As a consequence of the distinction between m_V and m_T, as well as the association of the energy content with the mass m_V and the components of the momentum with m_T, we lose also the symmetry of the $T_{\mu\nu}$ energy-momentum tensor. To retain symmetry in Einstein's field equations we must require again the invariant transformation of m_V and m_T into each other in an appropriate gauge field. We refer to Mills [24] who foresaw the possible generalisation of YM type gauge invariance in general relativity "in close analogy with the curvature tensor". If we consider the energy-momentum tensor (in which both isotopic states of mass appear) as the source of the gravitational field, then—in the usual way—a scalar and a vector potential can be separated. (A hypothetic vector potential is justified by a non-static effect, e. g., acceleration, in the field.) Although, unlike QED, there is no analogy with the meaning of a vector potential of the electromagnetic field, the consideration of the kinetic (inertial) mass as an individual physical property against the gravitational mass may lend certain meaning to a gravitational vector potential. We can explain this so, that m_4 in T_{44} does not compose a fourth component of a four-vector in the classical theory of gravitation where there is a single scalar mass, while if we consider now $m_4 = m_V$, the three components of the kinetic mass m_T can compose a three-vector, however T_{i4} will not form a four vector either.

To maintain the Lorentz invariance of our physical equations in the gravitational field, we must demand to restore the invariance of $\begin{pmatrix} \vec{m}_T \\ m_V \end{pmatrix}$

under an *additional transformation* that should *counteract the loss of symmetry caused by the introduction of two isotopic states of mass*. We discuss that transformation in section 2. Further, in the case of gravitation the relation of the scalar and the vector fields are not linear even if we have not made distinction between the potential and kinetic masses. The nonlinearity is coded in the relation of the tensors [25] at the left side of the Einstein equation (in units $c = 1$),

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

or $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$ where the Einstein tensor is defined as $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$ whose covariant derivative must vanish.

Since our $T_{\mu\nu}$ tensor on the right side has already lost its symmetry, we can take $\Lambda g_{\mu\nu}$ into account within a modified $T'_{\mu\nu}$—handling the gravitational and kinetic masses in it together with the dark energy—and we get the following formally symmetric equation:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T'_{\mu\nu}.$$

(The disadvantage of this apparently quasi-symmetric form is that the metric tensor $g_{\mu\nu}$ appears in the expressions at both sides of the equation.) It is only our enigmatic hope that the asymmetry hidden inside $T'_{\mu\nu}$ will be restored with the conservation of the IFCS for the isotopic gravitational field charges together with the dark energy. Nevertheless, even if the latter fails, the symmetry of the energy-momentum tensor can be saved by the invariant gauge transformation of the IFCS. The most important analogy is between the behaviour of the potential and the kinetic field charges of the individual fields that makes probable to conjecture that a unique transformation will assure their invariance (cf., section 2).[1]

[1] We must add to the conjecture of the "unique" transformation a few remarks. As [26] stated, "In contrast to the symmetry or *invariance* requirement in STR, the principle in GTR is most often presented as strictly speaking a *covariance* requirement." Gauge theories behave like GTR, at least in this respect. General covariance "is not tied to any geometrical regularity of the underlying spacetime, but rather the form invariance (covariance) of laws under arbitrary smooth coordinate transformations" [26, p. 34]. Weyl [27] found that the more general geometry resulting from admitting local changes called gauges described not only gravity but also electromagnetism. He showed also that the conservation laws of Noether follow in two distinct ways in theories with local symmetries. This led to the Bianchi identities, which hold between the coupled equations of motion, and which are due to the local gauge invariance of action. Later [28] demonstrated that the conservation of the electric charge followed from the local gauge invariance in the same way as does energy-momentum conservation from coordinate invariance in GTR.

2. Conservation of the isotopic field charge spin (Δ)

Distorted symmetry of our equations[2]—what is not in accordance with experience—can be restored by proving that there exists an invariance between the twin brothers of the field charges (sources of the fields) split according to the introduced new property (Δ). Invariance means that particles, disposed with these properties, can be exchanged. The "exchange rate" (gauge) depends on the velocity of the kinetic field charge compared to the respective matter field (i. e., to the scalar potential field charge in rest in that field). The validity of the assumption can be verified by demonstrating the existence of the gauge bosons that mediate the exchange. This invariance—as soon as proven— means a new symmetry principle of nature. This perspective is challenging!

Section 2.2 below presents the main lines of the mathematical proof [17] of such invariance. The demonstration of the predicted gauge bosons is left to the experience.

2.1. Velocity dependent phenomena

We know certain phenomena in classical physics that depend on velocity in a given reference frame. As examples, there can be mentioned first the kinetic energy, then the Lorentz force, and the covariant effect of the Lorentz transformation [$(x^\mu)' = \Lambda^\mu_\nu(v)x^\nu$ for space-time vectors, and $(F^{\mu\nu})' = \Lambda^\mu_\alpha(v)\Lambda^\nu_\beta(v)F^{\alpha\beta}$ for the electro-magnetic field tensor]. Descriptions of the mentioned phenomena handle the space-time coordinates as indirect variables. The Lorentz invariance depends only on the velocity difference between the compared systems. In general, kinetic quantities depend first on velocity in the chosen reference frame, and only indirectly, through $v = v(x_i, t)$ on the space-time variables. As [24] observed, "Hamilton's principle was first discovered in connection with mechanical systems, where the Lagrangian turns out to be the difference between the kinetic and potential energies, but the principle is easily extended to include velocity-dependent forces of certain types", including, e. g., the magnetic force on a moving, electrically charged particle.

It is not surprising that phenomena related solely to the kinetic part of the Hamiltonian (T) can be described in a velocity dependent, i. e., kinetic

[2]According to Higgs [29]: "The idea that the apparently approximate nature of the internal symmetries of elementary-particle physics is the result of asymmetries in the stable solutions of exactly symmetric dynamical equations, rather than an indication of asymmetry in the equations themselves, is an attractive one." Please, compare this notice with Wigner's concern [30]!

field $D_T = D[v(x_i, t)]$ where the dependence on the local coordinates is indirect. This does not disclose the possibility of localisation of the theory in space-time, however, it does not ensure it automatically. Local symmetry in a kinetic field means that the objects, fields or physical laws in question are invariant under a local transformation, namely under a set of continuously infinite number of separate transformations with an arbitrarily different one at every velocity in the given reference frame.

The isotopic field charge (IFC, $\daleth$) as a property can be identified in the case of the gravitational field with the properties of the masses of gravity and inertia respectively. The potential isotope of $\daleth$ ($\daleth_V$) depends directly on space-time coordinates. The physical state of the kinetic isotope of $\daleth$ ($\daleth_T$) depends primarily on the components of its velocity (and indirectly on its space-time coordinates). When we try to specify physical phenomena that distinguish kinetic behaviour of objects from their behaviour in a field caused by another, potential source (i. e., $\daleth_V$) we should make attempt to seek for a description in a velocity dependent field.

2.2. Mathematical background of the conservation of Δ

For the sake of the description of the mentioned distinction, we introduce a gauge field D_μ, that depends primarily on velocity. We derived a set of conserved currents in such a field [17]. The mathematical treatment is as much general as possible, while we made a specification. Namely, Noether's second theorem allows the dependence of the concerned fields (on which the Lagrangian depends) on any, general coordinate. Certain physical theories restrict themselves on the four space-time coordinates as dependent variables. We discuss fields that depend on coordinates in the velocity four-space, (and handle the space-time coordinates as indirect variables).

For the effects of a general non-Abelian group on the local gauge invariance are to be described, we refer to the [24] review paper. We partially use the methods of his description of YM type gauge fields. We introduce a new type of localised gauge field that does not coincide with the isotopic spin's YM field, marked by $\mathbf{B}$ in [23] and [24]; this field, marked by $\mathbf{D}$, is *per defintionem* different from the YM field.[3] In our discussion, the $\mathbf{D}$ gauge field, introduced below, depends directly on the velocity-space coordinates, while the matter field depends directly on the four dimensional space-time coordinates. In other words, this means that although we primarily use coordinates of the velocity-space, our derivations are indirect

[3]Although we use the letter "D" to denote this gauge field, in [24] and many other publications that letter denoted the covariant derivative, which we will mark by careted (capped) derivation mark $\hat{\partial}$.

and include derivatives with respect to the space-time coordinates (cf., the introduction of the relativistic λ_μ^ν tensor below) and play important role in our conclusions. This is an expression of the facts that we observe the physical events (occurring even in the velocity space) with respect to the 4D space-time, on the one hand, and that our operators should effect complex $\psi(x_\nu)$ fields which depend on the four space-time coordinates, on the other.

We extend the role of the coordinates to a set of generalised variables alike Noether [31] did. These variables may be the four space-time coordinates or they may be others (and their number may vary). In her mathematical terms of invariant variational problems, the space-time coordinates did not play a distinguished role. According to her second theorem, other variables, among others (e. g., velocity-space coordinates), are allowed which may implicitly depend on the space-time coordinates. For practical reasons we replace the $f(\dot{x}_\mu, x_\nu)$ dependence with a $f(\dot{x}_\mu(x_\nu))$ dependence. The localisation is present here too (in the above generalised, Noetherian sense), although it makes us possible another way of calculating it.

We were seeking for invariance between scalar fields and (gauge) vector fields that describe kinetic processes, the latter depending therefore primarily on velocity. For this reason, we consider Lagrangians which depend on matter fields φ_k, and gauge fields $D_{\dot{\mu},\alpha}$, which all depend—in simple mathematical terms—on parameters. In physical terms these parameters are generally identified with the four space-time coordinates. In our specific case the dependence of $\mathbf{D}$ on x_μ will be given by the formula: $D_{\dot{\mu}} = D_\mu\left(\dfrac{\partial x^\mu}{\partial x_4}\right)$, or in another form $D_{\dot{\mu}} = D_\mu[\dot{x}^\mu(x_\nu)]$. The 2nd theorem of Noether is just about Lagrangians, which depend on arbitrary number of fields with arbitrary finite number of derivatives by arbitrary number of parameters. We can apply her theorem here because in mathematical terms she did not specify either the physical-mathematical character or the number of applicable parameters. Our consideration will be justified by the final result, which demonstrates that in a boundary situation, namely in the absence of a velocity-dependent gauge field we obtain the same currents that were derived in a space-time dependent field, (cf. Eqs. (4) and (7) below). In other words, in the absence of relativistically high velocities or acceleration, the effect of the velocity dependent gauge field can be neglected, and we get back to the same currents as derived in the semi-classical, only space-time dependent gauge's case. At the same time, in the presence of a velocity dependent gauge field, we derived new conserved Noether currents [17].

2.2.1. Noether's currents for gauge invariance localised in the velocity space

The presentation discusses general, non-Abelian case. Let's first introduce a (kinetic) $\mathbf{D}$ field localised in the velocity space, with components $D_{\dot{\mu}} = D_{\dot{\mu}}(\dot{x}^{\mu})$, where $\dot{x}^{\mu} = \dot{x}^{\mu}(x_{\nu})$; $(\mu, \nu = 1, 2, 3, 4)$; (dotted indices denote the velocity-space components). We introduce a λ^{ν}_{μ} tensor defined as $\lambda^{\nu}_{\mu} = \partial_{\mu}\dot{x}^{\nu} = \dfrac{\partial \dot{x}^{\nu}}{\partial x_{\mu}}$ (Lorentz invariant acceleration), which characterises the changes of the velocity-space components in the space-time. Localisation will be taken into consideration in this way (we refer to the generalised interpretation of localisation as defined above).[4]

In general, we base on a transformation group G and the transformations of its elements into each other $T\left[G_{\infty,\rho}\right] = T\left[p_{\alpha}(x_{\beta})\right]$, where the number of parameters are arbitrary finite numbers $(\alpha = 1, \ldots, \rho)$;, $(\beta = 1, \ldots, \sigma)$. The p are parameters on which the transformations, constituting the group elements, depend. They take the form of functions $p_{\alpha}(x_{\beta})$ and their derivatives. The group transformations depend on p and are finitely differentiable. G may take the form of different groups, depending on the concrete form of interaction in subject, namely *SO*(3,1), $U(1)$, $SU(2)$, *SU*(3) in the cases of the fundamental physical interactions.

We consider a Lagrangian density$L(\varphi_k, D_{\dot{\mu},\alpha})$, where φ_k, $(k = 1, \ldots, n)$ are the matter fields, which also includes the velocity field $\dot{x}^{\mu} = \dot{x}^{\mu}(x_{\nu})$, and $D_{\dot{\mu},\alpha}$, $(\alpha = 1, \ldots, N)$, are the (kinetic) gauge fields. We assume, that $L(\varphi_k, D_{\dot{\mu},\alpha})$ is invariant under the local transformations of a compact, simple Lie group G generated by T_{α}, $(\alpha = 1, \ldots, N)$, where $[T_{\alpha}, T_{\beta}] = iC^{\gamma}_{\alpha\beta}T_{\gamma}$, and $C^{\gamma}_{\alpha\beta}$ are the so-called structure constants, corresponding to the actually considered individual physical interaction's symmetry group.[5] For examples, in the case of $SU(2)$ symmetry, G consists of 2×2 matrices with 3 independent components, representing a state doublet, and in the case of $SU(1)$ its matrix has 8 independent components, representing a state triplet. For simplicity we assume that the matter fields belong to a single, n-dimensional representation of G.

Let us consider a local transformation $V(\dot{x}) \in G$ parameterised by $p_{\alpha}(\dot{x})$ that acts on ψ as $\psi = V\psi'$

$$V(\dot{x}) = e^{-ip_{\alpha}(\dot{x})T_{\alpha}}$$

[4]Relativistic covariance under Lorentz transformation $S(\Lambda)$ and its consequences are a standard part of quantum field theory textbooks for long, e. g., [32, Sec. 2.1.3]. Here we take into account time derivatives of Lorentz transformed velocities.

[5]We partly follow the clues by Higgs [29] and Weinberg [33] at the beginning of their papers with the exception that we consider different dependencies in the potential and kinetic Hamiltonian terms.

The infinitesimal transformations of the matter- and the gauge fields determine the covariant derivatives of ψ in the gauge field. (For invariance, we can require that the derivatives of ψ coincide with the derivatives of $V\psi'$). The infinitesimal transformations can be formulated as follows:

$$\delta\varphi_k = -ip_\alpha(\dot{x})(T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x}) \quad (k = 1, \ldots, n), \tag{1}$$

where the T_α are matrix-representation operators generating the group G,with the above commutation rule $\left[T_\alpha, T_\beta\right] = iC^\gamma_{\alpha\beta}T_\gamma$, and

$$\delta D_{\mu,\alpha} = \frac{1}{\gimel}\,\partial^{\dot{\rho}}p_\alpha(\dot{x})\partial_\mu\dot{x}^\rho + C^\gamma_{\alpha\beta}p_\beta(\dot{x})D_{\dot{\mu},\gamma}(\dot{x}) \quad (\alpha = 1, \ldots, N), \tag{2}$$

where $\partial^{\dot{\rho}} = \dfrac{\partial}{\partial\dot{x}^\rho}$, and $\gimel$ (Hebrew *g*, gimel) denotes a general coupling constant, which can be replaced by a concrete coupling constant for each individual physical interaction.

For the induced infinitesimal transformation δL of the Lagrangian density $L(\varphi_k, D_{\dot{\mu},\alpha})$, on using the field equations for both the matter and the gauge fields, one obtains

$$\delta L = \partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\varphi_k)}\delta\varphi_k + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu D_{\nu,\alpha})}\delta D_{\nu,\alpha}\right). \tag{3}$$

One would like to describe the events, resulted in the interaction between the matter field and the kinetic (velocity-space dependent) gauge field, as they are observed from the usual 4D space-time. Therefore one needs to apply derivatives by the space-time coordinates. Substituting from (1) and (2) into (3), using the notation $\dfrac{\partial\dot{x}^\nu}{\partial x_\mu} = \partial_\mu\dot{x}^\nu = \lambda^\nu_\mu$ (Lorentz invariant acceleration), and a permutation of the indices, one can obtain

$$\delta L = \partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\varphi_k)}\,(-i)p_\alpha(\dot{x})(T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x})\right) +$$
$$+\,\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu D_{\dot{\nu},\alpha})}\,\frac{1}{\gimel}\,\partial^{\dot{\rho}}p_\alpha(\dot{x})\lambda^\rho_\nu\right) + \partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu D_{\dot{\nu},\alpha})}\,C^\gamma_{\alpha\beta}p_\beta(\dot{x})D_{\dot{\nu},\gamma}(\dot{x})\right).$$

We have derived from here the following two sets of equations:

$$J^{(1)\nu}_\alpha(x) = \partial_\mu F^{(1)\mu\nu}_\alpha(x) \quad \partial_\nu J^{(1)\nu}_\alpha = 0 \tag{4}$$

$$J^{(2)\nu}_\alpha = \partial_\mu F^{(2)\mu\nu}_\alpha \quad \partial_\nu J^{(2)\nu}_\alpha = 0 \tag{5}$$

completed with

$$\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu D_{\dot{\nu},\alpha})}\,\lambda^\rho_\nu + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu D_{\dot{\mu},\alpha})}\,\lambda^\rho_\mu = 0 \tag{6}$$

this set (4)–(6) demonstrates, that in the presence of a kinetic (velocity-dependent) gauge field, there exist two (families of) conserved Noether currents.

Although the two conserved currents are not independent, in the presence of a kinetic gauge field they exist simultaneously. (One can easily see, that λ_μ^ν mixes the components of the gauge-field currents $J_\alpha^{(1)\mu}$ and $j_\alpha^{(2)\nu}$ depending on the 4D velocity space in a similar way, like the Lorentz transformation mixes the coordinates of four-vectors in the 4D space-time; since the λ_μ^ν tensor was defined to characterise the changes of the velocity-space components—accelerations—in the space-time.)

Taking into account the conditions how we have obtained these currents, one can write $J_\alpha^{(1)\mu}$as

$$J_\alpha^{(1)\nu}(\dot{x}) = i\gimel \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \varphi_k)} (T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x}). \tag{7}$$

The most significant conclusion of the above cited derivation (cf., [17]) is that in the presence of a kinetic gauge field $\mathbf{D}$, there appear extra $J_\alpha^{(2)\nu}$ conserved currents. Taking into account conditions of the derivation of $J_\alpha^{(2)\nu}$, one can write it in the form

$$J_\alpha^{(2)\nu}(x) = i\gimel \left[\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \varphi_k)} (T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x})\lambda_\mu^\nu - C_{\alpha\beta}^\gamma D_{\dot{\omega},\beta}(\dot{x})\lambda_\mu^\omega \times F_\gamma^{(2)\mu\nu}(x) \right]. \tag{8}$$

Their dependence on the velocity-space gauge is apparent, although, none of the conserved vector currents involve the gauge parameters $p_\alpha(\dot{x})$ and their derivatives.

From (4) and (7), considering consequences of (6), one obtains

$$\partial_\mu F_\alpha^{(1)\mu\nu}(\dot{x}) = i\gimel \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \varphi_k)} (T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x}). \tag{9}$$

From (5) and (8), considering the concrete forms of the covariant derivatives, one obtains

$$\hat{\partial}_\mu F_\alpha^{(2)\mu\nu}(x) = i\gimel \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \varphi_k)} (T_\alpha)_{kl}\varphi_l(\dot{x})\lambda_\mu^\nu. \tag{10}$$

2.3. Mathematical conclusions

First conclusion—of the conserved Noether current (4)—is a conserved quantity: Conservation of the field charge ($\gimel$).

Second conclusion—of the conserved Noether current (5)—is another conserved quantity: Conservation of the isotopic field charge spin (Δ).

Further, we could derive, in the usual way, the total isotopic field charge spin

$$\Delta = \frac{i}{\gimel} \int J^{(2)4} \mathrm{d}^3 x$$

which is independent of time and independent of Lorentz transformation. $J^{(2)\mu}$ does not transform as a vector, while Δ transforms as a vector under rotations in the isotopic field charge spin field.

2.4. Physical conclusions

Coupling of the two conserved quantities (and Δ), what is based on the dependence of the two currents $J_{\alpha}^{(1)\mu}$ and $J_{\alpha}^{(2)\mu}$ on each other, has physical consequences. The quantities, whose conservation they represent, and which are coupled (by $\lambda_{\mu}^{\nu} = \partial_{\mu}\dot{x}^{\nu}$), exist simultaneously. *The derived conservation law verifies* just *the invariance between two isotopic states of the field charges, namely between the potential* $\daleth_V$ *and the kinetic* $\daleth_T$ what we intended to prove. We obtained, that *in the presence of kinetic fields we have two conserved currents that are effective simultaneously*. The kinetic gauge field $\mathbf{D}$ is present simultaneously with the interacting matter $[\varphi]$ and gauge $[\mathbf{B}]$ fields. The presence of $\mathbf{D}$ corresponds to the property of the field charges $\daleth$ of the individual fields that they split in two isotopic states, and analogously to the isotopic spin, we named these two states *isotopic field charge spin* what we denoted by Δ. The source of the isotopic field charge spin (Δ) is the field $\varphi(\dot{x})$, in interaction with the kinetic gauge field $\mathbf{D}$.

The physical meaning of Δ can be understood, when we specify the transformation group associated with the $\mathbf{D}$ field, which describes the transformations of $\daleth$ (i. e., the isotopic field charges). $\daleth$ can take two (potential and kinetic) isotopic states $\daleth_V$ and $\daleth_T$ in a simple unitary abstract space. Their symmetry group is $SU(2)$, that can be represented by 2×2 T_{α} matrices. There are three independent T_{α} that may transform into each other, following the rule $[T_{\alpha}, T_{\beta}] = iC_{\alpha\beta}^{\gamma}T_{\gamma}$, where the structure constants can take the values 0, ± 1. Let T_1 and T_2 be those which do not commute with T_3; they generate transformations that mix the different values of T_3, while this "third" component's eigenvalues represent the members of a Δ doublet. For the isotopic field charges compose a $\daleth$ doublet of $\daleth_V$ and $\daleth_T$, the field's wave function can be written as

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_T \\ \psi_V \end{pmatrix}. \tag{11}$$

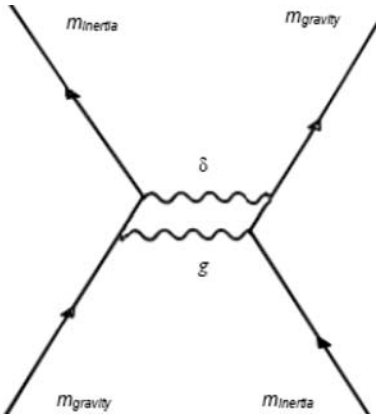
The equation (11) is the wave function for a single particle which may be in the "potential state", with amplitude ψ_V, or in the "kinetic state", with amplitude ψ_T. ψ in (11) represents a mixture of the potential and kinetic states of the $\daleth$, and there are T_{α} that govern the mixing of the components ψ_V and ψ_T in the transformation. T_{α} ($\alpha = 1, 2, 3$) are representations of operators which can be taken as the three components of the isotopic field charge spin, Δ_1, Δ_2, Δ_3 that follow the same (non-Abelian) commutation rules as do the T_{α} matrices, $[\Delta_1, \Delta_2] = i\Delta_3$, etc. These operators represent the charges of the isotopic field charge spin space, and ψ are the fields on which the operators of the gauge fields act.

The quanta of the $\mathbf{D}$ field should carry isotopic field charge spin Δ. The Δ doublet, as a conserved quantity, is related to the two isotopic states of field charges ($\daleth$), and the associated operators (Δ_i) induce transitions from one member of the doublet to the other.

2.5. Interpretation of the isotopic field charge spin conservation

Invariance between $\daleth_V$ and $\daleth_T$ means that they can substitute for each other arbitrarily in the interaction between field charges of any given fundamental physical interaction. They appear at a probability between [0, 1] in a mixture of states in the wave function ψ (11) so that the Hamiltonian of a *single particle* oscillates between V and T, while the Hamiltonian of a *composite system* is a mixture of the oscillating components of the particles that constitute the system. The individual particles in a *two-particle system* are either in the V or in the T state respectively, and switch between the two roles permanently; while the observable value of H is the expected value of the mixture of the actual states of the two, always opposite state particles.

The invariance between $\daleth_V$ and $\daleth_T$ (what is ensured by the conservation of Δ), and their abilitiy to swap, means also that they can restore the symmetry in the physical equations which was lost when we replaced the general $\daleth$ (in our case mass m) by their isotopes $\daleth_V$ and $\daleth_T$ (concretely m_V and m_T).[6]



We denote the *predicted* quanta of the $\mathbf{D}$ field by δ. We call this hypothetical boson '*dion*', after the Greek term meaning 'flee', 'flight', 'rout' in English. The δ quanta (dions) carry the Δ (isotopic field charge spin as a physical property: charge of the $\mathbf{D}$ field). According to the IFCS model,

[6]Consequences of the application of effective field theories were analysed e. g., in philosophy by E. Castellani [34] and in physics by S. Weinberg [22].

gravitational interaction takes place between two massive particles wit the simultaneous exchange of a graviton and a dion.

Starting from the equivalence principle, through the qualitative distinction of the masses of gravity and inertia as isotopic field charges of the gravitational field and interaction between them, we concluded the prediction of a boson that mediates their interaction.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Einstein A. (1921) A brief outline of the development of the theory of relativity, Nature, 106, 2677, Feb. 17, 782–784.
2. Einstein A. (1935) Elementary derivation of the equivalence of mass and energy, Bull. Amer. Math. Soc., 41, 223–230.
3. von Laue M. (1911) Ann. Phys. 35, 524–542.
4. von Laue M. (1955) Relativitätstheorie, 6th ed. Braunschweig.
5. Mie G. (1912a) Ann. Phys., 39, 1–40.
6. Mie G. (1912b) Grundlagen einer Theorie der Materie, Ann. Phys., 37, 511–534.
7. Mie G. (1913) Ann. Phys., 40, 1–66.
8. Hraskó P. (2003) Ekvivalens-e egymással a tömeg és az energia? [Are mass and energy equivalent? In Hungarian] Fizikai Szemle, 53, 9, 330.
9. de Broglie L. (1923) Note. Radiations. — Ondes et quanta, Comptes Rendus, 177, 507–510.
10. de Broglie L. (1925) Recherches sur la théorie des quanta, Annales de Physique, 10, III, 22–128.
11. de Haas E. P. J. (2004a) The combination of de Broglie's harmony of the phases and Mie's theory of gravity results in a principle of equivalence for quantum gravity, Ann. Fond. L. de Brioglie 29, 4, 707–726.
12. de Haas E. P. J. (2005) From Laue's stress-energy tensor to Maxwell's Equations and the implications for Einstein's GTR, Proceedings of the Int. Conference "Physical Interpretation of Relativity Theory (PIRT-05)", eds. M.C.Duffy et al., Moscow, Bauman Univ. Press.
13. Darvas G. (2006) Invariance, identity, equivalence, Symmetry: Culture and Science, 17, 175–192.
14. Darvas G. (2011) The Isotopic Field Charge Spin Assumption, International Journal of Theoretical Physics, 50, 10, 2961-2991. DOI: 10.1007/s10773-011-0796-9.
15. Darvas G. (2011, coming) Another Version of Facts—on Physical Interactions.
16. Darvas G. (2007) A velocity dependent gauge invariance, In: Symmetry in Nonlinear Physics, Kiev, Institute of Mathematics, Ukrainian Academy of Sciences, http://www.imath.kiev.ua/∼appmath/Abstracts2007/Darvas.html
17. Darvas G. (2009) Conserved Noether currents, Utiyama's theory of invariant variation, and velocity dependence in local gauge invariance, Concepts of Physics, VI, 1, 3–16.
18. Hooft Gerard 't (2005) "The Conceptual Basis of Quantum Field Theory" In: Elsevier "Handbook of the Philosophy of Science".
19. CERN workshop, (2008a) Report, http://arxiv.org/pdf/0801.1800.
20. CERN workshop, (2008b) Report, http://arxiv.org/pdf/0801.1833.
21. CERN workshop, (2008c) Report, http://arxiv.org/pdf/0801.1826.

22. Weinberg S. (1997) Changing Attitudes and the Standard Model, p. 38, in Hoddeson, L., L. Brown, M. Riordan and M. Dresden: The Rise of the Standard Model, Cambridge University Press, Cambridge., pp. 36–44.
23. Yang C.N., Mills R.L. (1954) Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance, Phys. Rev. 96 (1), 191–195.
24. Mills R. (1989) Gauge fields, American Journal of Physics, 57 (6) June, 493–507.
25. Hooft Gerard 't (2002) Introduction to General Relativity, Princeton: Rinton Press Inc.
26. Martin C. A. (2003) On continuous symmetries and the foundations of modern physics, in Brading, K. and Castellani, E., editors, Symmetries in Physics: Philosophical Reflections, pp. 29–60, Cambridge: Cambridge University Press, 445 p.
27. Weyl H. (1918) Gravitation und Elektrizität, Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften, 465–480.
28. Weyl H. (1929) Electron and gravitation, (Engl. transl. in: O'Raifeartaigh: The Dawning of Gauge Theory, 1997, Princeton Univ. Press).
29. Higgs P. W. (1966) Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons, Phys. Rev. 145, 1156–1162.
30. Wigner E. P. (1984) The meaning of symmetry, pp. 729–733, in Zichichi, A. ed., Gauge interactions theory and experiment, Proceedings of the 20th international school of subnuclear physics, Erice, Sicily, New York: Plenum Press.
31. Noether E. A. (1918) Invariante Variationsprobleme, Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen: Mathematisch-physikalische Klasse, 235–257.
32. Itzykson C., Zuber J.B. (1980) Quantum Field Theory, New York: McGraw-Hill.
33. Weinberg S. (1973) General theory of broken symmetries, Phys. Rev. D 7, 1068–1082
34. Castellani E. (2001) Reductionism, emergence and effective field theories, arXiv:physics/0101039 v1, 18 p.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.121.7;52:531.51;530.1:51-72

Olivera Mišković, Rodrigo Olea

BLACK HOLE THERMODYNAMICS IN EINSTEIN—GAUSS—BONNET GRAVITY WITH NEGATIVE COSMOLOGICAL CONSTANT COUPLED TO NON-LINEAR ELECTRODYNAMICS

In an arbitrary dimension D, we study corrections to Einstein—Hilbert action described by the Gauss—Bonnet term. We consider charged black hole solutions with anti-de Sitter (AdS) asymptotics, of interest in the context of gravity/gauge theory dualities (AdS/CFT). The electric charge here is due to the addition of an arbitrary nonlinear electrodynamics (NED) Lagrangian. Due to the existence of a vacuum energy for global AdS spacetime in odd dimensions in the framework of AdS/CFT correspondence, we derive a Quantum Statistical Relation directly from the Euclidean action and not from the First Law of thermodynamics. To this end, we employ a background-independent regularization scheme which consists in supplementing the bulk action with counterterms that depend both on the extrinsic and intrinsic curvatures of the boundary (also known as Kounterterms). This procedure results in a consistent inclusion of the vacuum energy in the thermodynamic description for Einstein—Gauss—Bonnet AdS gravity regardless the explicit form of the NED Lagrangian.

E-mail: olivera.miskovic@ucv.cl, rodrigo.olea@ucv.cl

Ключевые слова: black hole, Enistein—Gauss—Bonnet gravity, consmological constant, non-linear thermodynamics.

1. Introduction

Coupling nonlinear electrodynamics (**NED**) to gravity is a plausible mechanism to obtain regular black holes. In this respect, static black holes to the Born—Infeld (**BI**) theory [1] coupled to Einstein gravity were derived in Refs. [2, 3]. Other gravitating NED models have been also investigated, e. g., in Ref. [4] for Euler—Heisenberg effective QED, in Ref. [5] for logarithmic ED, and in Ref. [6] for a Lagrangian defined as powers of the Maxwell term.

Within the framework of AdS/CFT correspondence, higher-derivative corrections to either gravitational or electromagnetic action in AdS space modify the dynamics of the strongly coupled dual theory. In particular, in hydrodynamic models, the addition of R^2 terms changes the ratio of shear viscosity over entropy density [7], violating the universal bound $1/4\pi$ proposed in Ref. [8]. In turn, it has been proved that higher-derivative terms for Abelian fields in the form of NED do not affect this ratio [9]. Also, in models dual to high T_c superconductivity, higher curvature terms violate a universal relation between the critical temperature of the superconductor

and its energy gap [10, 11]. While the Gauss-Bonnet term makes the condensation easier, the inclusion of BI electrodynamics produces the opposite effect [12].

Motivated by the above results in the context of AdS/CFT, we study black hole solutions in Einstein—Gauss—Bonnet gravity with negative cosmological constant coupled to an arbitrary NED theory.

2. Action and equations of motion

We consider gravity minimally coupled to nonlinear electrodynamics in a D-dimensional manifold $\mathcal{M}$ ($D > 4$), which comes from the action

$$I_0 = \frac{1}{16\pi G}\int\limits_{\mathcal{M}} d^D x\sqrt{-g}\left[R - 2\Lambda + \alpha\left(R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\lambda\sigma}R^{\mu\nu\lambda\sigma}\right)\right] + \\ + \int\limits_{\mathcal{M}} d^D x\,\sqrt{-g}\,\mathcal{L}(F^2).$$

The pure gravity part of the action contains the Einstein—Hilbert (**EH**) action with negative cosmological constant $\Lambda = -(D-1)(D-2)/2\ell^2$ (ℓ is the AdS radius) and the Gauss-Bonnet (**GB**) term. The GB coupling α is a positive constant. NED is described by an arbitrary Lagrangian density $\mathcal{L}(F^2)$ in the quadratic invariant $F^2 = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, where $F_{\mu\nu}(x)$ is the Abelian field strength associated to the gauge connection $A_\mu(x)$ as $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

The equations of motion are then obtained as $\delta I_0/\delta g_{\mu\nu} = 0$ and $\delta I_0/\delta A_\mu = 0$, that is,

$$\mathcal{E}^\mu_\nu \equiv G^\mu_\nu + H^\mu_\nu - 8\pi G\,T^\mu_\nu = 0, \tag{1}$$

$$\mathcal{E}^\mu \equiv \nabla_\nu\left(F^{\mu\nu}\frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\right) = 0, \tag{2}$$

where G^μ_ν is the Einstein tensor with negative cosmological constant and

$$H^\mu_\nu = -\frac{\alpha}{2}\,\delta^\mu_\nu\left(R^2 - 4R^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta} + R^{\alpha\beta\lambda\sigma}R_{\alpha\beta\lambda\sigma}\right) + \\ + 2\alpha\left(RR^\mu_\nu - 2R^{\mu\lambda}R_{\lambda\nu} - 2R^\mu_{\lambda\nu\sigma}R^{\lambda\sigma} + R^{\mu\alpha\lambda\sigma}R_{\nu\alpha\lambda\sigma}\right)$$

is the Lanczos tensor. The energy-momentum tensor for the matter content is $T^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu\,\mathcal{L} - 4\,\dfrac{d\mathcal{L}}{dF^2}\,F^{\mu\lambda}F_{\nu\lambda}$.

The GB contribution H^μ_ν modifies the asymptotic behavior of the solutions: maximally symmetric spacetimes posses an effective AdS radius ℓ_{eff}:

$$R^{\alpha\beta}_{\mu\nu} = -\frac{1}{\ell^2_{eff}}\,\delta^{[\alpha\beta]}_{[\mu\nu]}, \tag{3}$$

where ℓ_{eff}^2 is given by $\ell_{eff}^{(\pm)2} = \dfrac{2\alpha(D-3)(D-4)}{1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{4\alpha}{\ell^2}(D-3)(D-4)}}$. For the discussion of the present paper, we shall consider solutions that satisfy Eq. (3) in the asymptotic region, i. e., tend asymptotically to a constant-curvature spacetime.

3. Generic topological static black hole solution

A static black hole ansatz in the coordinate set $x^\mu = (t, r, \varphi^m)$ is given by

$$ds^2 = -f^2(r)\, dt^2 + \frac{dr^2}{f^2(r)} + r^2 \gamma_{mn}(\varphi)\, d\varphi^m d\varphi^n. \tag{4}$$

The boundary $\partial\mathcal{M}$ is located at radial infinity ($r \to \infty$), and it is parameterized by $x^i = (t, \varphi^m)$. The metric γ_{nm} with local coordinates φ^m describes a $(D-2)$-dimensional Riemann space Γ_{D-2} with constant curvature k, where $k = 0, +1$ or -1. Solutions posses an event horizon, defined as the largest root of the equation $f(r_+) = 0$.

For a static solution, the gauge field is $A_\mu = \phi(r)\delta^t_\mu$, what gives

$$F_{\mu\nu} = E(r)\left(\delta^t_\mu \delta^r_\nu - \delta^t_\nu \delta^r_\mu\right), \tag{5}$$

where the electric field is $E(r) = -\phi'(r)$ and the prime denotes radial derivative.

We solve the electric potential in the static ansatz (4), (5), where $F^2 = -2E^2$, using the only non-vanishing component of the Maxwell-type equation (2), what implies the generalized Gauss' law

$$E \frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\bigg|_{F^2=-2E^2} = -\frac{q}{r^{D-2}}. \tag{6}$$

Here, q is an integration constant related to the electric charge.

On the other hand, integrating the electric field, one obtains the electric potential at the distance r measured with respect to radial infinity as $\phi(r) = -\int\limits_{\infty}^{r} dv\, E(v)$. The quantity of physical interest is the electric potential at infinity measured with respect to the event horizon r_+ as $\Phi = \phi(\infty) - \phi(r_+)$.

The equations of motion $\mathcal{E}^t_t = \mathcal{E}^r_r = 0$ read

$$\frac{16\pi G\, r^2}{D-2} T^r_r = r(f^2)' + (D-3)(f^2 - k) - (D-1)\frac{r^2}{\ell^2} + \\ + 2\alpha\,(D-3)(D-4)\,\frac{k - f^2}{r}\left[(f^2)' - (D-5)\,\frac{k - f^2}{2r}\right]. \tag{7}$$

The metric function is then integrated in terms of a function $\mathcal{T}(q,r) = \int\limits_{\infty}^{r} dv\, v^{D-2}\, T_r^r(v)$ and an integration constant μ. Then, f^2 has two branches,

$$f_{\pm}^2(r) = k + \frac{r^2}{2\alpha(D-3)(D-4)} \times \\ \times \left[1 \pm \sqrt{1 - 4\alpha(D-3)(D-4)\left(\frac{1}{\ell^2} - \frac{\mu}{r^{D-1}} + \frac{16\pi G\mathcal{T}(q,r)}{(D-2)r^{D-1}}\right)}\right]. \quad (8)$$

It has been proved in [14] that the branch ${f_+}^2(r)$ is unstable and the graviton has negative mass. Because of this, henceforth, we consider only the negative branch of the metric, $f(r) \equiv f_-(r)$.

The procedure outlined above can be seen as an algorithm to construct explicit solutions to various NED theories [15]: conformally invariant electrodynamics [6], Born—Infeld electrodynamics [1, 13], Logarithmic electrodynamics [4, 5], etc.

4. Surface terms and Kounterterm regularization

The manifold possesses a single boundary $\partial\mathcal{M}$ at $r = \infty$, parameterized by the coordinates x^i, and such that h_{ij} is the induced metric on it

$$ds^2 = N^2(r)\, dr^2 + h_{ij}(r,x)\, dx^i dx^j. \quad (9)$$

In the radial foliation (9), the surface term that comes from the variation of the bulk action, i. e., $\delta I_0 = \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1}x\, \Theta_0$ can be expressed in terms of the extrinsic curvature $K_{ij} = -\dfrac{1}{2N}\, h'_{ij}$ as

$$\Theta_0 = \frac{1}{8\pi G(D-2)(D-3)} \sqrt{-h}\, \delta^{[jj_1j_2]}_{[ii_1i_2]} \left[\frac{1}{2}\,(h^{-1}\delta h)^i_k K^k_j + \delta K^i_j\right] \times \\ \times \left[\delta^{i_1}_{j_1}\delta^{i_2}_{j_2} + 2\alpha(D-2)(D-3)\left(\frac{1}{2}\,\mathcal{R}^{i_1i_2}_{j_1j_2} - K^{i_1}_{j_1}K^{i_2}_{j_2}\right)\right] + \\ + 4\sqrt{-h}\,\frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\, NF^{ri}\delta A_i,$$

where $\sqrt{-g} = N\sqrt{-h}$ and $\mathcal{R}^{ij}_{kl}(h)$ is the boundary curvature, related to the spacetime Riemann tensor by $R^{ij}_{kl} = \mathcal{R}^{ij}_{kl} - K^i_k K^j_l + K^i_l K^j_k$. Here the tensor $\delta^{[j_1\ldots j_p]}_{[i_1\ldots i_p]}$ denotes the totally antisymmetric product of p Kronecker deltas.

For the present discussion, we consider the addition of counterterms which depends on the extrinsic curvature (known as Kounterterm regular-

ization) such that the total action is

$$I = I_0 + c_{D-1} \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1}x\, B_{D-1}, \tag{10}$$

where c_{D-1} is a given constant. For EH AdS gravity, the Kounterterm series was shown in Refs. [16, 17] as a given polynomial of the extrinsic and intrinsic curvatures. In general, Kounterterm series is such that the total variation of the action (10)

$$\delta I = \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1}x\, \Theta = \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1}x\, (\Theta_0 + c_{D-1}\, \delta B_{D-1}), \tag{11}$$

has an extremum on-shell and, at the same time, does not contain divergent terms when $r \to \infty$. In order to cancel the NED part of the surface term, it is a sufficient condition to take $\delta A_i = 0$ at $\partial\mathcal{M}$.

For a given dimension, the series B_{D-1} possesses the remarkable property of preserving its form for EGB-AdS gravity [18] and, in general, any theory of the Lovelock type [19].

Even dimensions ($D = 2n$). In even dimensions $D = 2n > 4$, the boundary term B_{2n-1} in (10) is given by the n-th Chern form [18]

$$B_{2n-1} = 2n\sqrt{-h} \int\limits_0^1 dt \delta^{[j_1 \ldots j_{2n-1}]}_{[i_1 \ldots i_{2n-1}]} K^{i_1}_{j_1} \left(\frac{1}{2} \mathcal{R}^{i_2 i_3}_{j_2 j_3} - t^2 K^{i_2}_{j_2} K^{i_3}_{j_3} \right) \times \ldots$$
$$\ldots \times \left(\frac{1}{2} \mathcal{R}^{i_{2n-2} i_{2n-1}}_{j_{2n-2} j_{2n-1}} - t^2 K^{i_{2n-2}}_{j_{2n-2}} K^{i_{2n-1}}_{j_{2n-1}} \right), \tag{12}$$

that is the scalar density whose derivative is locally equivalent to the Euler invariant. The integration on the continuous parameter t generates the coefficients when Eq.(12) is expanded as a polynomial. The constant c_{2n-1} in front of the boundary term $B_{2n-1}$is given in terms of the effective AdS radius as

$$c_{2n-1} = -\frac{1}{16\pi G} \frac{(-\ell^2_{eff})^{n-1}}{n(2n-2)!} \left(1 - \frac{2\alpha}{\ell^2_{eff}} (2n-2)(2n-3) \right). \tag{13}$$

Odd dimensions ($D = 2n + 1$). The extrinsic regularization developed for Einstein—Hilbert AdS gravity in $D = 2n + 1$ dimensions [16] can be mimicked for EGB AdS theory, just replacing the AdS radius ℓ by

the effective one ℓ_{eff} in the boundary terms. Kounterterm regularization provides the explicit form of the boundary term in a compact form thanks to two parametric integrations [18]

$$B_{2n} =$$
$$= 2n\sqrt{-h}\int_0^1 dt \int_0^t ds\, \delta^{[j_1\ldots j_{2n}]}_{[i_1\ldots i_{2n}]} K^{i_1}_{j_1}\delta^{i_2}_{j_2}\left(\frac{1}{2}\mathcal{R}^{i_3 i_4}_{j_3 j_4} - t^2 K^{i_3}_{j_3}K^{i_4}_{j_4} + \frac{s^2}{\ell^2_{eff}}\delta^{i_3}_{j_3}\delta^{i_4}_{j_4}\right)\times\ldots$$
$$\ldots\times\left(\frac{1}{2}\mathcal{R}^{i_{2n-1}i_{2n}}_{j_{2n-1}j_{2n}} - t^2 K^{i_{2n-1}}_{j_{2n-1}}K^{i_{2n}}_{j_{2n}} + \frac{s^2}{\ell^2_{eff}}\delta^{i_{2n-1}}_{j_{2n-1}}\delta^{i_{2n}}_{j_{2n}}\right). \quad (14)$$

The corresponding constant depends on the GB coupling as

$$c_{2n} = -\frac{1}{16\pi G}\frac{2(-\ell^2_{eff})^{n-1}}{n(2n-1)!\beta(n,\frac{1}{2})}\left(1 - \frac{2\alpha(2n-1)(2n-2)}{\ell^2_{eff}}\right),$$

where $\beta\left(n,\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2^{2n-1}(n-1)!^2}{(2n-1)!}$ is the beta function for those arguments.

5. Conserved quantities

Electric charge. For a $U(1)$ gauge transformation $\delta_\lambda A_\mu = \partial_\mu\lambda$, $\delta_\lambda g_{\mu\nu} = 0$, the gravitational part of the surface term in Eq.(11) is gauge-invariant, such that it implies the conservation of the Noether current

$$\delta_\lambda I = \int_{\mathcal{M}} d^D x\, \partial_\mu J^\mu(\lambda) = 4\int_{\mathcal{M}} d^D x\, \partial_\mu\left(\sqrt{-g}\, F^{\mu\nu}\frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\,\partial_\nu\lambda\right). \quad (15)$$

For a radial foliation (9) generated by a normal vector n_μ, the electric charge is $Q[\lambda] = \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1}x\,\frac{1}{N}\,n_\mu J^\mu(\lambda)$. One can prove that the integrand is a total derivative and use the Stokes' theorem with a timelike ADM foliation for the line element on $\partial\mathcal{M}$ with the coordinates $x^i = (t, y^m)$, as

$$h_{ij}\,dx^i dx^j = -\tilde{N}^2 dt^2 + \sigma_{mn}(dy^m + \tilde{N}^m dt)(dy^n + \tilde{N}^n dt), \quad (16)$$

that is generated by the timelike normal vector $u_i = (u_t, u_m) = (-\tilde{N}, \vec{0})$ with $\sqrt{-h} = \tilde{N}\sqrt{\sigma}$. The metric σ_{mn} describes the geometry of the boundary of spatial section at constant time Σ_∞.

Setting $\lambda = 1$, the $U(1)$ charge for the static black hole metric (4) and the electromagnetic field strength (5) reads

$$Q = -4\mathrm{Vol}(\Gamma_{D-2})\lim_{r\to\infty}\left(r^{D-2}E\,\frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\right). \quad (17)$$

Using the generalized Gauss law (6), we get a finite electric charge for an arbitrary NED Lagrangian

$$Q = 4\mathrm{Vol}(\Gamma_{D-2})\, q. \tag{18}$$

Black hole mass and vacuum energy. The Noether current derived from the diffeormorphic invariance, $\delta_\xi I = \int\limits_{\mathcal{M}} d^D x\, \partial_\mu J^\mu(\xi) = 0$ is, therefore,

$$J^\mu(\xi) = \Theta^\mu(\xi) + \sqrt{-g}\, \xi^\mu \mathcal{L}_0 + c_{D-1} N n^\mu\, \partial_i(\xi^i B_{D-1}). \tag{19}$$

The conservation law $\partial_\mu J^\mu = 0$ implies the existence of a conserved quantity, which corresponds to the normal component of the current J^μ. For the action I, the radial component $J^r = \frac{1}{N}\, n_\mu J^\mu$ in the foliation (9) is globally a total derivative on $\partial\mathcal{M}$.and then, the conserved charges $Q[\xi]$ for an asymptotic Killing vectors ξ is expressed as an integral on Σ_∞,

$$Q[\xi] = \int\limits_{\Sigma_\infty} d^{D-2}y\, \sqrt{\sigma}\, u_j\, \xi^i\, (q_i^j + q_{(0)i}^j). \tag{20}$$

The above splitting is because q_i^j produces the mass for black hole solutions.and identically vanishes for the vacua of the theory. In turn, the term $q_{(0)i}^j$ gives rise to a vacuum energy, which is present only in odd dimensions.

Even dimensions. In even dimensions, the conserved charge (20) is

$$\begin{aligned} q_i^j &= \frac{1}{16\pi G(2n-2)!2^{n-2}} \times \\ &\times \delta^{[jj_2\ldots j_{2n-1}]}_{[i_1\ldots i_{2n-1}]} K_i^{i_1} \Bigg[\left(\delta^{[i_2 i_3]}_{[j_2 j_3]} + 2\alpha(2n-2)(2n-3) R^{i_2 i_3}_{j_2 j_3} \right) \delta^{[i_4 i_5]}_{[j_4 j_5]} \ldots \delta^{[i_{2n-2} i_{2n-1}]}_{[j_{2n-2} j_{2n-1}]} - \\ &- \left(-\ell_{eff}^2\right)^{n-1} \left(1 - \frac{2\alpha}{\ell_{eff}^2}\, (2n-2)(2n-3) \right) R^{i_2 i_3}_{j_2 j_3} \ldots R^{i_{2n-2} i_{2n-1}}_{j_{2n-2} j_{2n-1}} \Bigg], \end{aligned} \tag{21}$$

plus a NED contribution that vanishes for black hole solutions. For even dimensions $q_{(0)i}^j = 0$.

The energy of black hole solution to EGB AdS gravity coupled to NED (4) is computed evaluating the formula (20) for the Killing vector $\xi^i = (1, \vec{0})$ and the unit normal $u_i = (-f, \vec{0})$, that is,

$$M = \int\limits_{\Sigma_\infty} d^{D-2}y\, \sqrt{\sigma}\, u_t\, \xi^t\, q_t^t.$$

Then, the mass is

$$M = \frac{\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-2})}{16\pi G} \lim_{r\to\infty} r^{2n-2}(f^2)' \Bigg(1 - 2\alpha(2n-2)(2n-3)\,\frac{f^2-k}{r^2} - \\ - \left(1 - \frac{2\alpha(2n-2)(2n-3)}{\ell_{eff}^2}\right) \ell_{eff}^{2n-2} \left(\frac{f^2-k}{r^2}\right)^{n-1} \Bigg). \quad (22)$$

Taking the asymptotic expansion of the metric function, it is possible to relate M to the integration constant μ as

$$M = \frac{(2n-2)\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-2})\,\mu}{16\pi G}. \quad (23)$$

Odd dimensions. In odd dimensions, the Noether charge appears as the sum of two parts, since $q^j_{(0)i}$ in Eq.(20) is no longer vanishing. The first part takes the form

$$q^j_i = \frac{1}{16\pi G(2n-1)!2^{n-2}} \times \\ \times \delta^{[jj_2\ldots j_{2n}]}_{[i_1\ldots i_{2n}]} K^{i_1}_i \delta^{i_2}_{j_2} \Bigg[\left(\delta^{[i_3i_4]}_{[j_3j_4]} + 2\alpha(2n-1)(2n-2)\, R^{i_3i_4}_{j_3j_4}\right) \delta^{[i_5i_6]}_{[j_5j_6]} \ldots \delta^{[i_{2n-1}i_{2n}]}_{[j_{2n-1}j_{2n}]} + \\ + 16\pi G(2n-1)!\, nc_{2n} \int_0^1 dt \left(R^{i_3i_4}_{j_3j_4} + \frac{t^2}{\ell_{eff}^2}\, \delta^{[i_3i_4]}_{[j_3j_4]} \right) \ldots \\ \ldots \left(R^{i_{2n-1}i_{2n}}_{j_{2n-1}j_{2n}} + \frac{t^2}{\ell_{eff}^2}\, \delta^{[i_{2n-1}i_{2n}]}_{[j_{2n-1}j_{2n}]} \right) \Bigg] \quad (24)$$

whereas the second one is given by

$$q^j_{(0)i} = nc_{2n} \int_0^1 dt\, t\, \delta^{[jj_2\ldots j_{2n}]}_{[ki_2\ldots i_{2n}]} \left(K^k_i \delta^{i_2}_{j_2} + K^k_{j_2} \delta^{i_2}_i \right) \times \\ \times \left(\frac{1}{2}\, \mathcal{R}^{i_3i_4}_{j_3j_4} - t^2 K^{i_3}_{j_3} K^{i_4}_{j_4} + \frac{t^2}{\ell_{eff}^2}\, \delta^{i_3}_{j_3} \delta^{i_4}_{j_4} \right) \times \ldots \\ \ldots \times \left(\frac{1}{2}\, \mathcal{R}^{i_{2n-1}i_{2n}}_{j_{2n-1}j_{2n}} - t^2 K^{i_{2n-1}}_{j_{2n-1}} K^{i_{2n}}_{j_{2n}} + \frac{t^2}{\ell_{eff}^2}\, \delta^{i_{2n-1}}_{j_{2n-1}} \delta^{i_{2n}}_{j_{2n}} \right). \quad (25)$$

Any maximally symmetric spacetime will have vanishing mass and angular momentum due to the fact that $q^j_i = 0$, such that the vacuum energy will come necessarily from Eq. (25).

We compute the black hole mass from the formula (20),

$$M = \frac{\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-1})}{16\pi G} \lim_{r\to\infty} r^{2n-1}(f^2)' \Bigg(1 - 2\alpha(2n-1)(2n-2)\,\frac{f^2-k}{r^2} + \\ + 16\pi G(2n-1)!\, nc_{2n} \int_0^1 dt \left(\frac{k-f^2}{r^2} + \frac{t^2}{\ell_{eff}^2} \right)^{n-1} \Bigg). \quad (26)$$

The boundary term $c_{2n}B_{2n}$ plays a double role: it cancels out the divergences in the Noether charge, but also contributes with a finite piece to give the correct result for the mass

$$M = \frac{(2n-1)\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-1})\,\mu}{16\pi G}. \tag{27}$$

In turn, the vacuum energy for AAdS black holes,

$$E_{vac} = \int\limits_{\Sigma_\infty} d^{D-2}y\,\sqrt{\sigma}\,u_t\,\xi^t\,q^t_{(0)t},$$

takes the form

$$E_{vac} = 2n(2n-1)!c_{2n}\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-1}) \times \\ \times \lim_{r\to\infty}\int\limits_0^1 dt\,t\left(f^2 - \frac{r(f^2)'}{2}\right)\left[k + \left(\frac{r^2}{\ell^2_{eff}} - f^2\right)t^2\right]^{n-1}. \tag{28}$$

When the metric is expanded in the limit $r \to \infty$, we notice that E_{vac} depends only on the topological parameter k, the effective AdS radius and GB coupling, what matches the vacuum energy in EGB gravity obtained in Ref. [18]. That means that, for an arbitrary NED Lagrangian, the fall-off of the electromagnetic field is always such that it does not contribute to the total energy.

It is well-known that a vacuum energy for global AdS spacetime in odd dimensions appears only in background-independent methods. This is important from the semiclassical point of view in order to interpret the Noether charges as thermodynamic variables, and to consistently incorporate the vacuum energy in the definition of internal energy of the system [20], in a similar fashion as in Einstein-BI system [21].

6. Black hole thermodynamics

In Lovelock gravity theory, the entropy S of a charged black hole is not longer a quarter of the horizon's area, but it still obeys the First Law of thermodynamics

$$\beta dU = dS + \beta\Phi dQ\,, \tag{29}$$

where U is the internal energy, β is the inverse of the Hawking temperature, Φ is the gauge potential measured at infinity and Q is the electric charge. In general, one identifies the thermodynamic variables in Eq. (29) as the conserved charges of the theory. However, the thermal properties of black holes can only be understood in the semiclassical approximation,

where the partition function is given in terms of the classical Euclidean action as $Z = \exp(-I^E)$.

For spacetimes with AdS asymptotics, I^E needs to be regulated to cancel the infrared divergences, such that the thermodynamic information is encoded in the finite part the Euclidean action I^E, which satisfies the Quantum Statistical Relation (QSR)

$$I^E = \beta U - \beta \Phi Q - S. \tag{30}$$

Background-substraction methods for asymptotically AdS spacetimes are useful to extract a finite value from I^E, but cannot give rise to a vacuum energy E_{vac} for global AdS spacetime in odd dimensions. In the context of the AdS/CFT correspondence, the matching of E_{vac} with the Casimir energy of a boundary CFT is essential to find explicit examples of this gravity/gauge duality.

Clearly, the first law (29) is insensitive to the existence of a vacuum energy for asymptotically AdS spacetimes. We prove here for Einstein—Gauss—Bonnet gravity coupled to NED that the QSR is still valid for an internal energy that is shifted as $U = M + E_{vac}$ with respect to the Hamiltonian mass M, what is carried out employing Kounterterm regularization [18].

In the grand canonical ensemble, the variables are the temperature T and the electric potential Φ. The Gibbs free energy $G(T, \Phi) = U - TS - Q\Phi$, that satisfies the differential equation $dG = -SdT - Qd\Phi$, is related to the Euclidean action as $G = I^E/\beta$.

In the Euclidean version of black hole metric (4), the Euclidean time $\tau = it$ appears as identified in a period β, which is the inverse of the Hawking temperature $T \equiv \beta^{-1} = \dfrac{1}{4\pi} \dfrac{df^2(r)}{dr}\Big|_{r=r_+}$.

The Wick rotation implies $I^E = -iI$ for the Euclidean action what, for the black hole ansatz, produces

$$\begin{aligned} I_0^E = \frac{\beta \mathrm{Vol}(\Gamma_{D-2})}{16\pi G} \times \\ \times \left[(f^2)'\big(r^{D-2} + 2\alpha(D-2)(D-3)r^{D-4}(k-f^2)\big)\right]\Big|_{r_+}^{\infty} + \\ + \beta \mathrm{Vol}(\Gamma_{D-2}) \left(4r^{D-2}\phi E \frac{d\mathcal{L}}{dF^2}\right)\Bigg|_{r_+}^{\infty}. \end{aligned} \tag{31}$$

Then, the first line at the horizon r_+ produces $-S$, where S is the standard value of black hole entropy in EGB gravity

$$S = \frac{\mathrm{Vol}(\Gamma_{D-2})\, r_+^{D-2}}{4G} \left(1 + \frac{2k\alpha}{r_+^2}(D-2)(D-3)\right) \tag{32}$$

whereas the second line is $-\beta Q \Phi$.

The Euclidean action is divergent, and it is clear that any background-substraction method will not produce a correct Quantum Statistical Relation. Indeed, substracting the value of I_0^E evaluated for AdS vacuum (with AdS radius ℓ_{eff}) gets rid of the divergences at $r=\infty$ but does not reproduce the mass at the asymptotic region.

Even dimensions. The Euclidean boundary term (12) evaluated on the black hole solution plus the bulk term given by Eq.(31), produces the total Euclidean action $I_{2n}^E = I_0^E + c_{2n-1} \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{2n-1}x\, B_{2n-1}^E$

$$I_{2n}^E = \frac{\beta\,\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-2})}{16\pi G}\Big\{(f^2)'\big(r^{D-2}+2\alpha(2n-2)(2n-3)r^{D-4}(k-f^2)\big)\Big|_{r_+}^{\infty} - \\ - \ell_{eff}^{2n-2}\left(1-\frac{2\alpha}{\ell_{eff}^2}(2n-2)(2n-3)\right)\big[(f^2)'(f^2-k)^{n-1}\big]\Big|^{r=\infty}\Big\} - \\ - \beta Q\Phi. \quad (33)$$

The contribution at infinity from the bulk action combines with the boundary one to produce β times the Noether mass in Eq.(22). In other words, Kounterterm series produces the cancellation of divergences in the asymptotic charges, and the Euclidean action satisfies the QSR

$$I_{2n}^E = \beta M - \beta Q\Phi - S. \quad (34)$$

Odd dimensions. The Euclidean boundary term is obtained plugging in the static metric ansatz (4) into Eq.(14), what added to the bulk Euclidean action (31) with a suitable coupling constant, $I_{2n+1}^E = I_0^E + c_{2n} \int\limits_{\partial\mathcal{M}} d^{2n}x\, B_{2n}^E$, gives

$$I_{2n+1}^E = \frac{\beta\,\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-1})}{16\pi G}\times \\ \times\left[r^{2n-1}(f^2)'\left(1-2\alpha(D-2)(D-3)\,\frac{f^2-k}{r^2}\right)\right]\Big|_{r_+}^{\infty} + \\ + \beta\mathrm{Vol}(\Gamma_{2n-1})\,nc_{2n}\,(2n-1)!\Big[r^{2n-1}(f^2)'\int\limits_0^1 dt\left(\frac{k-f^2}{r^2}+\frac{t^2}{\ell_{eff}^2}\right)^{n-1} + \\ + 2\int\limits_0^1 dt\,t\left(f^2-\frac{r(f^2)'}{2}\right)\left(k+t^2\left(\frac{r^2}{\ell_{eff}^2}-f^2\right)\right)^{n-1}\Big]\Big|^{\infty} - \beta Q\Phi. \quad (35)$$

Thus, the contribution coming from radial infinity in first two lines is βM, where the mass is given by Eq.(26) and the term with parametric integration in the third line is β times the vacuum energy (28).

The consistency of the black hole thermodynamics implies the Quantum Statistical Relation

$$I^E_{2n+1} = \beta(M + E_{vac}) - \beta Q\Phi - S, \tag{36}$$

for a total internal energy $U = M + E_{vac}$.

7. Conclusions

The interplay between thermodynamic quantities and the conserved charges at infinity can be understood from the evaluation of the Euclidean action, as shown in the present work. In that sense, our approach is more general than simply computing S from local properties of the horizon, e. g., using Wald's formalism, because it also includes the asymptotic charges.

In this spirit, we have obtained the QSR (30) for black holes in EGB AdS gravity coupled to NED in all dimensions using Kounterterms regularization of the action. The method consistently incorporates the vacuum (Casimir) energy E_{vac} for AdS spacetime, in the thermodynamic description of the system.

Acknowledgments

This work was funded by FONDECYT Grants N°1110102 (O.M.) and N°1090357 (R.O.). O.M. also thanks PUCV for support through the projects N°123.797/2007 and N°123.705/2010 (O.M.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Born M., Infeld I. Proc. R. Soc. A144, 425 (1934).
2. Hoffmann B. Phys. Rev. 47, 877 (1935); Gibbons G.W., Rasheed D.A. Nucl. Phys. B454, 185 (1995).
3. de Oliveira H.P. Class. Quant. Grav. 11, 1469 (1994).
4. Heisenberg W., Euler H. Z. Phys. 98, 714 (1936).
5. Soleng H.H. Phys. Rev. D52, 6178 (1995).
6. Maeda H., Hassaine M., Martinez C. Phys. Rev. D79, 044012 (2009).
7. Brigante M., Liu H., Myers R.C., Shenker S., Yaida S. Phys. Rev. D77, 126006 (2008).
8. Kovtun P., Son D.T., Starinets A.O. J. High Energy Phys. 10, 064 (2003).
9. Cai R-G., Sun Y-W., J. High Energy Phys. 09, 115 (2008).
10. Gregory R., Kanno S., Soda J. J. High Energy Phys. 10, 010 (2009).
11. Pan Q.Y., Wang B., Papantonopoulos E., Oliveira J., Pavan A. Phys. Rev. D81, 106007 (2010).
12. Jing J., Chen S. Phys. Lett. B686, 68 (2010).

13. Wiltshire D. Phys.Rev. D38, 2445 (1988).
14. Boulware D., Deser S. Phys. Rev. Lett. 55, 2656 (1985).
15. Mišković O., Olea R. Phys. Rev. D83, 024011 (2011).
16. Olea R. J. High Energy Phys. 04, 073 (2007).
17. Olea R. J. High Energy Phys. 06, 023 (2005).
18. Kofinas G., Olea R. Phys. Rev. D74, 084035 (2006).
19. Kofinas G., Olea R. J. High Energy Phys. 11, 069 (2007); Fortsch. Phys. 56, 957 (2008).
20. Mišković O., Olea R. Phys. Rev. D83, 064017 (2011).
21. Mišković O., Olea R. Phys. Rev. D77, 124048 (2008).

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 517.958:530.145+530.145:530.12

P. Rowlands

DUALITY AND NONLOCALITY

Often considered to be a problem for quantum physics, nonlocality is, in fact, an essential component of understanding how local *interactions actually operate. Locality and nonlocality are fundamental components of a dual system in which each determines the behaviour of the other. The exact characteristics of the local electric, strong and weak interactions can be shown to be completely determined by the nonlocal vacuum structures with which they are associated. An integrated description of local interactions and nonlocal vacuum structures is proposed, based on nilpotent quantum mechanics and its unique algebraic structure incorporating a double vector space.*

E-mail: prowlands@liverpool.ac.uk

Ключевые слова: vacuum, nilpotent quantum mechanics, double vector space, clifford or geometrical algebra, quaternion, Dirac equation, wavefunction.

Introduction. How do we account for the nonlocality or instantaneity of quantum correlations, when all direct physical measurement or observation must be local, or confined to information transmitted at the speed of light or less? Nonlocality is now demonstrated by the experiments of Aspect [1], and many others, but is often still regarded as a problem. In fact, the fundamental duality of nature requires nonlocality as much as locality. And they are not separate. Local interactions ultimately stem from nonlocal processes. The local cannot, in fact, be separated from the nonlocal. Even the terms are misleading. ‘Local’ refers to the entire universe as much as nonlocal does. Nilpotent quantum mechanics shows there is no such thing as an isolated system, and so a complete local description, which originates in the individual particle, still requires knowledge of the contents and disposition of the whole universe. The difference between local and nonlocal is not in the phenomena they describe, but in the method of description, essentially whether we use an iterative or recursive computational paradigm.

A double vector space. The duality between the local and nonlocal is an expression of an even more fundamental duality in quantum mechanics. This is most apparent in the nilpotent quantum mechanics (NQM) used in previous presentations and in the book *Zero to Infinity* [2]. At the most fundamental level, ‘material’ objects seem to be point-like singularities. How do these become embedded in 3D space? The answer seems to be that they emerge from a commutative combination of two 3D spaces, each dual to the other, only one of which is observable.

Let us take a vector space (a Clifford or geometrical algebra of 3D) described by + and − versions of 8 units. This requires bivector / pseudovector / quaternion units (for example, to describe area or angular momentum)

and trivector / pseudoscalar units (for example, to describe volume) in addition to vector and scalar units:

$\mathbf{i}$	$\mathbf{j}$	$\mathbf{k}$	vector		
$i\mathbf{i}$	$i\mathbf{j}$	$i\mathbf{k}$	bivector	pseudovector	quaternion
i			trivector	pseudoscalar	
1			scalar		

We now take a dual vector space which is commutative to the first:

$\mathbf{I}$	$\mathbf{J}$	$\mathbf{K}$	vector		
$i\mathbf{I}$	$i\mathbf{J}$	$i\mathbf{K}$	bivector	pseudovector	quaternion
i			trivector	pseudoscalar	
1			scalar		

If we take a commutative combination of the two spaces (a tensor product), allowing for $+$ and $-$ signs, we obtain an algebra structured on 64 units:

$\mathbf{i}$	$\mathbf{j}$	$\mathbf{k}$	$i\mathbf{i}$	$i\mathbf{j}$	$i\mathbf{k}$	i	1
$\mathbf{I}$	$\mathbf{J}$	$\mathbf{K}$	$i\mathbf{I}$	$i\mathbf{J}$	$i\mathbf{K}$		
$\mathbf{iI}$	$\mathbf{iJ}$	$\mathbf{iK}$	$i\mathbf{iI}$	$i\mathbf{iJ}$	$i\mathbf{iK}$		
$\mathbf{jI}$	$\mathbf{jJ}$	$\mathbf{jK}$	$i\mathbf{jI}$	$i\mathbf{jJ}$	$i\mathbf{jK}$		
$\mathbf{kI}$	$\mathbf{kJ}$	$\mathbf{kK}$	$i\mathbf{kI}$	$i\mathbf{kJ}$	$i\mathbf{kK}$		

This is recognisably a representation of the algebra of the Dirac equation, or the γ matrices, just as the algebra of a single vector space (say $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ or $\mathbf{I}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{K}$) is recognisably that of the Pauli or σ matrices. In fact, all possible versions of the 4×4 γ matrices can be derived from a commutative combination of two sets of the 2×2 σ matrices, say σ_1, σ_2, σ_3 and Σ_1, Σ_2, Σ_3, and the appropriate versions of the unit matrix.

The units of the Dirac algebra (or γ matrix products) can be represented as a group of order 64, requiring only 5 generators. Typically, the generators can be be expressed as

$$\mathbf{K} \qquad i\mathbf{iI} \quad i\mathbf{iJ} \quad i\mathbf{iK} \qquad i\mathbf{J}$$

All sets of 5 generators have exactly the same structure, with the rotation symmetry of one vector space preserved (here, the blue) and with that of the other broken (here, the red) in precisely the same way. The space with the unbroken symmetry (here represented by bold lower-case symbols) is that of space as we know it, the space of observation. The space with the broken symmetry (here represented by bold upper-case symbols) is a dual structure with the same algebraic properties, which is unobservable, but which determines what happens in the observed space. This is what we can call the vacuum space. The act of creating a singularity using these two spaces determines that they are precisely dual and that each

contains the same information as the other, though in a different form as regards observation

The reason for the dual relationship is that physical singularities constructed from units of the form

$$\mathbf{K} \qquad i\mathbf{iI} \quad i\mathbf{iJ} \quad i\mathbf{iK} \qquad i\mathbf{J}$$

are *nilpotent* or square to zero. In the case of the fundamental singularity of physics, the fermion, if we supply scalar coefficients E, p_x, p_y, p_z and m, to the algebraic units, we find that

$$(\mathbf{K}E+i\mathbf{Ii}p_x+i\mathbf{Ij}p_y+i\mathbf{Ik}p_z+i\mathbf{J}m)(\mathbf{K}E+i\mathbf{Ii}p_x+i\mathbf{Ij}p_y+i\mathbf{Ik}p_z+i\mathbf{J}m)=0$$

and this can be interpreted either classically or quantum mechanically to produce the Einstein or Dirac equations.

It is this additional zero-condition which seems to create the 'singularity' state. A useful interpretation is that the totality of the universe is zero, and that the act of creating a fermion (with all its special energy conditions, etc.) as a singularity simultaneously creates a kind of 'hole in nothing', which we call vacuum, or the rest of the universe. We create source and sink simultaneously, one point-like and localised, and the other delocalised. Only the space related to the localised state can be observed. But the local and nonlocal descriptions are equally valid and provide the same answers to physical questions.

By analogy, we could imagine creating a knot out of two pieces of string, and suppose that each doesn't know that the other exists (that is, are commutativity). From the $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ perspective, the string in this space is straight, so we must devise some special contortion to create the state of the $\mathbf{I}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{K}$ string. The spatial 'double twist' becomes equivalent to a singularity, an additional structure within the space. The paired vector units, $\mathbf{iI}$, $\mathbf{jJ}$, $\mathbf{kK}$, in fact, fulfil the minimum condition of knottedness that each operated on by one of the others produces the third. Penrose's twistor theory has a family resemblance to the algebra of the dual space. constructed of four real units and four imaginary. Visually, the effect can be represented in the Robinson congruence and the Hopf vibration.[3]

The nilpotent Dirac equation. A quite simple way to derive this expression is to take the Einstein relation

$$E^2 - p^2 - m^2 = 0$$

and factorise to give

$$(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) = 0.$$

Here, the four terms in first bracket could be considered as arranged as a row vector and the four terms in the second bracket as a column vector. We have also used the convention that $i\boldsymbol{k} = \mathbf{k}$, etc, where $\boldsymbol{k}$ (bold italics)

represents a quaternion unit (squaring to -1), as opposed to the vector unit $\mathbf{k}$ (bold) (squaring to 1).

Applying a canonical quantization to the first bracket, we obtain, for a free particle, the Dirac equation:

$$\left(\mp \boldsymbol{k}\,\frac{\partial}{\partial t} \mp i\boldsymbol{i}\nabla + \boldsymbol{j}m\right)(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{ip} + \boldsymbol{j}m)e^{-i(Et-p\cdot r)} = 0.$$

We can also use the convention that E and $\mathbf{p}$ represent operators as well as amplitudes to express it as

$$(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)e^{-i(Et-p\cdot r)} = 0.$$

The significant fact now is that the amplitude is always nilpotent. Using this convention, we can replace E and $\mathbf{p}$ with covariant derivatives (e.g. $\partial/\partial t + ef + \ldots, -\nabla - e\mathbf{A} + \ldots$), or incorporate any number of field terms after the differential operators. The expression

$$(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \to 0$$

will still apply. The phase term will no longer be a simple exponential, but we can assume that the amplitude will continue to be nilpotent.

This means that we can do relativistic quantum mechanics for a fermion in any state, subject to any number of interactions, simply by defining an operator of the form $(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)$. This will then uniquely determine the phase factor which makes the amplitude nilpotent. There is no need to define any equation at all.

$$(\text{operator acting on phase factor})^2 = \text{amplitude}^2 = 0.$$

Adopting an appropriate sign convention, we can now, for example, specify the four amplitude states as derived from four creation operators:

$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)$	fermion spin up
$(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)$	fermion spin down
$(-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)$	antifermion spin down
$(-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)$	antifermion spin up

With this convention, $\boldsymbol{i}\mathbf{p}/i\boldsymbol{k}E$ represents the same helicity or handedness as $(-\boldsymbol{i}\mathbf{p})/(-i\boldsymbol{k}E)$, but the opposite helicity to $(\boldsymbol{i}\mathbf{p})/(-i\boldsymbol{k}E)$ or $(-\boldsymbol{i}\mathbf{p})/(i\boldsymbol{k}E)$.

The phase factor in the wavefunction is simply an expression of all the possible variations in space and time which are encoded in the creation operator. This is uniquely defined once the operator is specified. A fermion is thus specified as a set of space and time variations. The mass term is purely passive, convenient, rather than necessary information. This means that we can no longer define an isolated system. Defining a fermion 'disturbs the universe'. The energy conservation only works over the entire universe,

since the E and $\mathbf{p}$ terms contain the entire range of the fermion's interactions. The laws of thermodynamics become a necessary consequence, and the fermion becomes an *intrinsically dissipative* system.

Vacuum. The formalism drives us towards an understanding of the universe that cannot be separated from the way we define a fermion. And now, at last we begin to understand the question: what is vacuum? Suppose we want to create a fermion from entirely nothing, and that we want it to be created with certain interaction potentials embedded in its operator. Let us give this fermion a 'wavefunction' ψ_f. Then the 'hole' that its creation leaves in 'nothing' may be described as $-\psi_f$. The superposition of the states of fermion + 'hole' or $\psi_f - \psi_f$ equals 0, as does the product state $-\psi_f\psi_f$ if the wavefunction is nilpotent.

The nilpotent structure and Pauli exclusion now become comprehensible if the entire universe adds up to nothing, and 'vacuum' becomes the 'hole' in nothing left by creating the fermion. However, vacuum itself is *not* nothing. To create the fermionic state ψ_f with the interaction potentials that we assigned to it means to create an 'environment' with makes this possible (i.e. a system of other fermions which create those potentials), but whose total effect adds up to $-\psi_f$. So, vacuum, for any fermionic state, becomes *the rest of the universe* for that state. This is what the fermionic operator is actually acting on. And that 'rest of the universe' must be so constructed as to appear in total as the mirror image of the fermion state. The same condition must additionally be true for each of the other fermions which collectively create the vacuum state for the first. So, we could express the Pauli exclusion principle in the statement that no two fermions share the same vacuum (or the same phase factor).

The nilpotent formalism reveals that a fermion 'constructs' its own vacuum, or the entire 'universe' in which it operates. We can consider the vacuum to be 'delocalised' to the extent that the fermion is 'localised'. The 'local' can be defined as whatever happens inside the nilpotent structure ($\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m$), and the 'nonlocal' as whatever happens outside it. So superpositions and combinations, where we add or multiply brackets, are nonlocal, but the structure inside the bracket is local. What we have to do is show that superpositions and combinations outside the bracket have equivalent effects, that is changes to E and $\mathbf{p}$, inside it.

$\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{C}$ transformations and bosonic states. The three quaternion units in the nilpotent operator have multiple, but connected, meanings. One of these is as operators for fundamental symmetry transformations, by pre-

and post-multiplication of the nilpotent operator.

$$\begin{aligned} P &\quad \boldsymbol{i}(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)\boldsymbol{i} = (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \\ T &\quad \boldsymbol{k}(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)\boldsymbol{k} = (-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \\ C &\quad -\boldsymbol{j}(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)\boldsymbol{j} = (-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \end{aligned}$$

It is easy to show that $CPT \equiv$ identity, etc.

The terms in the nilpotent 4-spinor, other than the lead term which determines the nature of the 'real' particle state, are effectively, the P-, T- and C-transformed versions of this state, the states into which it could transform without changing the magnitude of its energy or momentum. We can see them as vacuum 'reflections' of the real particle state, arising from vacuum operations that can be mathematically defined. Although a fermion cannot form a combination state with itself, we can imagine it forming a combination state with each of these vacuum 'reflections', and, if the 'reflection' exists or materialises as a 'real' state, then the combined state can form one of the three classes of bosons or boson-like objects.

So the three possible transformations also lead to the production of three types of bosonic state, which, when summed up over 4 terms, yield products which are scalars:

Spin 1 boson:

$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \quad T$$

Spin 0 boson:

$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \quad C$$

Fermion—fermion—Bose—Einstein condensate / Berry phase, etc.:

$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) \qquad P$$

To demonstrate the scalar nature of the result of one of these combinations, over the 4 terms in the spinor, let us take the fermion—fermion combination:

$$\begin{aligned} (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) &= (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-2\boldsymbol{i}\mathbf{p}); \\ (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) &= (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(2\boldsymbol{i}\mathbf{p}); \\ (-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) &= (-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-2\boldsymbol{i}\mathbf{p}); \\ (-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(-i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) &= (-i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(2\boldsymbol{i}\mathbf{p}). \end{aligned}$$

Clearly, the terms on the right-hand side in $i\boldsymbol{k}E$ and $\boldsymbol{j}m$ total to 0, leaving only $4 \times (-\boldsymbol{i}\mathbf{p})(2\boldsymbol{i}\mathbf{p}) = 8p^2$, which is a scalar, normalizable to 1.

The Coulomb interaction. One of the most important aspects of the nilpotent structure (with its pseudoscalar, vector and scalar components) is that it *already incorporates the fundamental interactions*. Simply defining

a nilpotent fermion by this mathematical formalism means that it is *necessarily* acting according to some or all of these interactions. They arise solely from its internal structure. Coulomb terms, for example, are simply the result of spherical symmetry of point sources. Locality and nonlocality are totally dual. Nonlocal aspects of the interactions are expressed in their symmetry groups for the interactions, and these can be derived directly from the nilpotent structure. The translation to the local effects comes about when we use the same structure to determine the potentials to be added to the operators E and $\mathbf{p}$ in the fermionic nilpotent.

The simplest interaction, the Coulomb interaction, follows the U (1) symmetry group and is part of the structure of each of the electric, strong and weak forces. In the case of the electric force it is the entire interaction; for the strong force it is the one gluon exchange; and for the weak force it provides the hypercharge and the B^0 gauge field, which creates the combination with the electric force in the Weinberg-Salam electroweak theory. The U (1) symmetry group comes from the characterization of a fermion as a point source with spherical symmetry. It is a purely scalar symmetry defined only by the magnitude of the charge, or source of the interaction, and is effectively equivalent to defining a coupling constant for the interaction, which maintains its value independent of the distance from the source.

The nonlocal effect which is responsible for this symmetry can be identified as the one which is least specific and most general for all fermions: Pauli exclusion. In nilpotent quantum mechanics, this comes from nilpotency itself. A free fermion has no interactions. An interacting fermion is one that has been brought within the range of influence (or field) of another or others. If fermions are point particles and their influence is spherically symmetric, then it will be convenient to express the influence of one point-source on another by changing the coordinates of the 'receiving' particle from Cartesian to polar, with the point-particle source at the centre of the coordinate system also defined as the centre of physical influence. Here, we use a version of Dirac's standard prescription[4] for converting the differential operator to polar coordinates, with the explicit inclusion of a fermionic spin / angular momentum term:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \pm i \, \frac{j + 1/2}{r}.$$

This means that the nilpotent differential operator now takes the form:

$$(i\boldsymbol{k}E - i\boldsymbol{i}\nabla + i\boldsymbol{j}m) \to \left(\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} + \frac{1}{r} \pm i \, \frac{j + 1/2}{r} \right) + i\boldsymbol{j}m \right).$$

The fundamental condition necessary to assign this operator to a fermion state is that it maintains Pauli exclusion and leads to a nilpotent

solution when applied to a phase factor. This leads to the local manifestation of the U (1) symmetry.

It can be seen, simply by inspection, that it will be impossible to obtain a nilpotent solution (i.e. a nilpotent amplitude) with any phase factor unless the operator $i\boldsymbol{k}E$ includes potential energy term varying with $1/r$ to cancel out the effect of that in the $i\boldsymbol{i}$ part of the operator. So, simply requiring *spherical symmetry* for a point particle, requires a term of the form A/r to be added to E. Deriving the solution for this case provides a model for all other cases. If all point particles are spherically symmetric sources, then the minimum nilpotent operator will be of the form:

$$\left(\pm\boldsymbol{k}\left(E+\frac{A}{r}\right)\pm\boldsymbol{i}\left(-a+\frac{\gamma}{r}+\frac{\nu}{r}+\ldots+\frac{1}{r}\pm i\frac{j+1/2}{r}\right)+i\boldsymbol{j}m\right).$$

To establish that this is a nilpotent, we must now find the phase to which this must apply to create a nilpotent amplitude. This is a convenient example for showing how an operator fixes the phase factor and quite quickly produces the characteristic solution for the Coulomb force (hydrogen atom, etc.). The solution is relatively straightforward. The ease of calculation is due to the fact that the structure provides dual information about both fermion and vacuum. We apply the specified operator to the phase

$$\phi = e^{-ar_\nu^\gamma}\sum_{\nu=0} a_\nu r^\nu$$

to find the amplitude (derived, as in the conventional solution, by inspired guesswork or trial and error), and equate the squared amplitude to zero.

$$4\left(E+\frac{A}{r}\right)^2 = -2\left(-a+\frac{\gamma}{r}+\frac{\nu}{r}+\ldots+\frac{1}{r}+i\,\frac{j+1/2}{r}\right)^2 - \\ -2\left(-a+\frac{\gamma}{r}+\frac{\nu}{r}+\ldots+\frac{1}{r}-i\,\frac{j+1/2}{r}\right)^2+4m^2.$$

The positive and negative $i(j+1/2)$ terms notably cancel out over the four solutions.

Equating constant terms, we find:

$$a=\sqrt{m^2-E^2}.$$

Equating terms in $1/r^2$, with $\nu=0$:

$$\left(\frac{A}{r}\right)^2 = -\left(\frac{\gamma+1}{r}\right)^2+\left(\frac{j+1/2}{r}\right)^2.$$

Assuming the power series terminates at n', again following standard procedure, and equating coefficients of $1/r$ for $\nu = n'$,

$$2EA = -2\sqrt{m^2 - E^2}\,(\gamma + 1 + n'),$$

and

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{A^2}{(\gamma + 1 + n')^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{A^2}{\left(\sqrt{(j + 1/2)^2 - A^2} + n'\right)^2}}}.$$

When $A = Ze^2$, we have the 'hydrogen atom' solution in just six lines!

The main purpose of deriving this well-known result is to show that the local Coulomb interaction, and its very particular consequences, can be shown to be the result of a nonlocal symmetry ultimately stemming from the fact that, at the quantum level, local sources are point-like with unique vacua, that are distinguished by application of the nilpotent condition. It is completely consistent with the idea, established since the time of Immanuel Kant, that inverse-square forces result purely from spherical symmetry. A similar reasoning can be applied to both the strong and the weak interactions, where standard solutions are not yet established.

The strong interaction. The strong interaction begins in a combination state, which reflects the *vector* nature of the $\mathbf{p}$ term in the nilpotent wavefunction. Effectively, the vector aspect requires a source term and corresponding vacuum with three components. A combination is outside the bracket and so is nonlocal. Nilpotency, of course, prevents us writing a combination of the form

$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{p} + \boldsymbol{j}m) = 0,$$

which would automatically zero. However, if we separate out three components of $\mathbf{p}$ in the form

$$(i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z + \boldsymbol{j}m),$$

then we have a nonzero combination. Spin is defined in only one direction at a time, so, at any given instant, the wavefunction will reduce (after normalization) to

$$\begin{aligned}
&(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m);\\
&(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m);\\
&(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m).
\end{aligned}$$

The change of sign is significant. Since we need to maintain the symmetry between the three directions of momentum, there will be six possible

outcomes, using both+and-values of momentum terms, that is, a superposition of six combination states:

$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m);$$
$$(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x + \boldsymbol{j}m);$$
$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m);$$
$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y + \boldsymbol{j}m);$$
$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z + \boldsymbol{j}m);$$
$$(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E + \boldsymbol{j}m)(i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z + \boldsymbol{j}m) \to (i\boldsymbol{k}E - \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z + \boldsymbol{j}m).$$

The duality of the $\pm\mathbf{p}$ or helicity states in these structures is a clear indication that the composite state described does not have zero mass. A proof of the nonzero nature of the baryon mass is a significant component of one of the millennium prizes offered by the Clay Institute. Here it has the additional significance of being a result of the Higgs mechanism via the simultaneous existence of left- and right-handed states, while being simultaneously produced by the transfer of massless gluons (the masslessness being required for gauge invariance). Rather than being different mechanisms of mass generation, gluon transfer and a combination of right- and left-handedness are aspects of the same one. Contrary to much opinion in the literature, the Higgs mechanism is, in fact, responsible, in one way or another, for all the particulate mass in the universe.

The six 'phases' of the baryon wavefunction must all be valid at the same time, as required by the rotation symmetry of space or of gauge invariance. The symmetry is recognisably that of the group $SU(3)$, with the same structure as the three symmetric and three antisymmetric 'colour' combinations in the standard representation:

$$\psi \sim (\mathrm{BGR} - \mathrm{BRG} + \mathrm{GRB} - \mathrm{RGB} + \mathrm{RBG} - \mathrm{GBR}).$$

The $SU(3)$ symmetry requires the existence of eight generators which can be identified with six bosons (gluons) of the form:

$$(\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y); \quad (\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x);$$
$$(\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z); \quad (\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y);$$
$$(\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_z)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x); \quad (\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_z)$$

and two combinations of the three bosons of the form:

$$(\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x); \quad (\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{j}p_y);$$
$$(\pm i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z)(\mp i\boldsymbol{k}E \mp \boldsymbol{i}\mathbf{k}p_z).$$

These structures are identical to an equivalent set in which both brackets undergo a complete sign reversal,

$$(\mp i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x)(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_y) \quad \text{or} \quad (\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_y)(\mp i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x), \quad \text{etc.}$$

A 'colour' transitions can be seen as either an exchange of the components of $\mathbf{p}$ between the individual quarks, or a relative switching of quark positions. The colours, therefore, either move with the respective p_x, p_y, p_z components, or switch with them. The effect of either process is the same, and a sign reversal in $\mathbf{p}$, as with $\boldsymbol{i}$ $(\pm i\boldsymbol{k}E \pm \boldsymbol{i}\mathbf{i}p_x)$ $\boldsymbol{i}$, is an additional necessary result.

The $SU(3)$ symmetry represents a nonlocal interaction between the parts of the wavefunction or 'quarks' incorporating p_x, p_y, and p_z. This interaction is independent of the physical separation of the components (and they must be spatially or temporally separated to have different local and nonlocal manifestations). The local effect of this is a transfer of $\mathbf{p}$ between the three brackets of each wavefunction. As it is local, with $\mathbf{p}$ changing within each bracket, this is not instantaneous, unlike the actual combinations and superpositions, and so there will be a nonzero local force or rate of change of momentum. However, because it does not depend on separation, this force will be constant. The local manifestation of a constant force is a potential that varies linearly with distance. As the U (1) condition for spherical symmetry / Pauli exclusion / nilpotence is also a requirement, then the minimal potential to describe this local strong interaction is a combination of terms that are linear and inverse linear with distance. It may be significant that the linear potential of the strong interaction is the only one that is otional to the fermion state, the nilpotency not being dependent directly on the vector nature of $\mathbf{p}$.

To establish that the local interaction produced by the combination of direct and inverse linear potential results in a force with the characteristics of the strong interaction, we need to extend the Coulomb solution of for this new nilpotent operator. For either a quark-antiquark combination, or a combination of three quarks, we will produce an operator of the form:

$$\left(\pm\boldsymbol{k}\left(E + \frac{A}{r} + Br\right) \mp \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \pm i\,\frac{j+1/2}{r}\right) + i\boldsymbol{j}m\right). \qquad (1)$$

Once again, we need to identify the phase factor to which this operator applies, but a relatively simple extension of the one for the Coulomb potential suggests that its form is:

$$\phi = \exp(-ar - br^2)r^\gamma \sum_{\nu=0} a_\nu r^\nu.$$

Applying operator (1), and the nilpotent condition, we obtain

$$E^2 + 2AB + \frac{A^2}{r^2} + B^2r^2 + \frac{2AE}{r} + 2BEr =$$
$$= m^2 - \Bigg(a^2 + \frac{(\gamma+\nu+\ldots+1)^2}{r^2} - \frac{(j+1/2)^2}{r^2} + 4b^2r^2 + 4abr -$$
$$- 4b(\gamma+\nu+\ldots+1) - \frac{2a}{r}(\gamma+\nu+\ldots+1)\Bigg).$$

Then, once again assuming a termination in the power series (as we did with the Coulomb solution), we can equate:

coefficients of r^2 to give $B^2 = -4b^2$;

coefficients of r to give $2BE = -4ab$;

coefficients of $1/r$ to give $2AE = 2a(\gamma+\nu+1)$.

The immediate consequences of these equations are:

$$b = \pm\frac{iB}{2};$$
$$a = \mp iE;$$
$$\gamma+\nu+1 = \mp iA.$$

The ground state case (where $\nu = 0$) then requires a phase factor of the form:

$$\phi = \exp(\pm iEr \mp iBr^2/2)\, r^{\mp iqA-1}.$$

We can identify the imaginary exponential terms in ϕ as representing asymptotic freedom; the $\exp(\pm iEr)$ is typical for a free fermion. The complex $r^{\gamma-1}$ term can be restructured as a component phase, $\chi(r) = \exp(\pm iqAln(r))$, which varies more slowly with r than the rest of ϕ. We can therefore express ϕ in the form:

$$\phi = \frac{\exp(kr + \chi(r))}{r},$$

where $k = \pm iE \mp iBr/2$.

At high energies, and small r, the first term dominates, which approximates to a free fermion solution or asymptotic freedom. At low energies, however, when r is large, the second term, which incorporates the confining potential *Br*, dominates, leading to infrared slavery. Once again, a nonlocal symmetry, related to the nilpotent structure, determines the known characteristics of a local interaction.

The weak interaction. The weak interaction can be considered as one in which fermions and antifermions are annihilated while bosons are created, or bosons are annihilated while fermions and antifermions are created. This is the action of a harmonic oscillator. Bosons, considered as created

at fermion-antifermion vertices, are the products of weak interactions, or actions with a weak amplitude.

We have so far discussed nonlocal combination and superposition states that lead to the local Coulomb and strong interactions. There is, however, in all fermion states an additional superposition resulting from the spinor structure of the Dirac wavefunction, and the *zitterbewegung* that connects the superposed states. The fermion wavefunction has two fermion and two antifermion states, each representing two directions of spin or helicity. While the co-existence of two spin states can be thought of as, in some sense, 'real', and accounted for by the presence of mass, the co-existence of two energy states can only be meaningfully understood in the context of the simultaneous existence of fermion and vacuum.

A fermionic source cannot be separated from its vacuum partner. So a fermion or antifermion cannot be created or annihilated, even with an antifermionic or fermionic partner, unless its vacuum is simultaneously annihilated or created. Fundamentally, the sources of weak interactions are always at least dipolar, and so, in addition to the inverse linear (Coulomb) potential required for the scalar aspect, there is always a dipole or multipole potential (say, $\propto 1/r^{-n}$, where $n \geq 2$). Such a combined potential (of virtually any algebraic form), when applied to a nilpotent operator, produces the energy levels of a harmonic oscillator, exactly as required.

Though a version of this occurs within the fermion structure itself through *zitterbewegung*, the same process operates when the sources are real rather than virtual. It would seem that the weak interaction, like the electric and strong interactions, is built into the structure of the nilpotent operator, and its nature is determined by that of the pseudoscalar iE operator, whose sign uniquely determines the helicity of a weakly interacting particle, or more specifically its weakly interacting component. To accommodate a local interaction which emerges from this nonlocal superposition, we can investigate the nilpotent solutions that would emerge from an operator incorporating a Coulomb potential together with any other potential which is a function of distance from a point source with spherical symmetry, apart from the linear potential which is characteristic of the strong interaction.

So, let us assume a nilpotent operator with a form such as

$$\left(\boldsymbol{k}\left(E - \frac{A}{r} - Cr^n\right) + \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \pm i\,\frac{j+1/2}{r}\right) + i\boldsymbol{j}m\right),$$

where n is an integer greater than 1 or less than -1. As before, we will need to find a phase factor which will make the amplitude nilpotent. Again, we will seek to extend the Coulomb solution, using the information that

polynomial potential terms which are multiples of r^n require the incorporation into the exponential of terms which are multiples of r^{n+1}. So, we may suppose that the phase factor is of the form:

$$\phi = \exp(-ar - br^{n+1})r^{\gamma} \sum_{\nu=0} a_{\nu} r^{\nu}.$$

As in the previous examples, we apply the operator and square to zero, with a termination in the series, to obtain

$$4\left(E - \frac{A}{r} - Cr^n\right)^2 = -2\left(-a + (n+1)br^n + \frac{\gamma}{r} + \frac{\nu}{r} + \frac{1}{r} + i\,\frac{j+1/2}{r}\right)^2 -$$
$$- 2\left(-a + (n+1)br^n + \frac{\gamma}{r} + \frac{\nu}{r} + \frac{1}{r} - i\,\frac{j+1/2}{r}\right)^2.$$

Equating constant terms, we find:

$$a = \sqrt{m^2 - E^2}.$$

Equating terms in r^{2n}, with $\nu = 0$, gives:

$$C^2 = -(n+1)^2 b^2.$$

Equating coefficients of r, where $\nu = 0$:

$$AC = -(n+1)b(1+\gamma),$$

$$(1+\gamma) = \pm iA.$$

Equating coefficients of $1/r^2$ and coefficients of $1/r$, for a power series terminating in $\nu = n'$, leads to

$$A^2 = -(1+\gamma+n')^2 + (j+1/2)^2$$

and

$$-EA = a(1+\gamma+n').$$

Combining these results produces:

$$\left(\frac{m^2 - E^2}{E^2}\right)(1+\gamma+n')^2 = -(1+\gamma+n')^2 + (j+1/2)^2$$

$$E = -\frac{m}{j+1/2}\,(\pm iA + n').$$

The last equation has the form of a harmonic oscillator, with evenly spaced energy levels deriving from integral values of n'. If we now make an additional assumption that A, which is the phase term required for spherical symmetry, has its origin in the random directionality of fermionic spin, we might assign to it a half-unit value ($\pm 1/2i$), or ($\pm 1/2i\hbar c$ if we

explicitly include the constants), and obtain the complete formula for the fermionic simple harmonic oscillator:

$$E = -\frac{m}{j + 1/2}\,(1/2 + n').$$

The 'weak' behaviour, like that of the other interactions, comes from the structure of the nilpotent fermionic state. The dual state $\pm i\boldsymbol{k}E$ which produces the dipolar switching is manifestly an $SU(2)$ symmetry. There are, however, two different $SU(2)$ symmetries involved, though they are related. The $SU(2)$ of spin describes two helicity states, left- and right-handed. However, there is another $SU(2)$ symmetry, weak isospin, which describes a fermionic weak interaction as being independent of whether or not an electric charge is present and generating its own contribution to mass.

In effect, weak isospin tells us that the weak interaction, though often occurring simultaneously and in combination with the electric interaction, has an independent origin. In the case of weak isospin, the $SU(2)$ is a switching between different ratios of left- and right-handedness, and so of mass, determined by the presence or absence of the electric charge in one of the two states. So a superposition of, say,

$$\alpha_1(i\boldsymbol{k}E_1 + \boldsymbol{i}\mathbf{p}_1 + \boldsymbol{j}m_1) + \alpha_2(i\boldsymbol{k}E_1 - \boldsymbol{i}\mathbf{p}_1 + \boldsymbol{j}m_1)$$

might become

$$\beta_1(i\boldsymbol{k}E_2 + \boldsymbol{i}\mathbf{p}_2 + \boldsymbol{j}m_2) + \beta_2(i\boldsymbol{k}E_2 - \boldsymbol{i}\mathbf{p}_2 + \boldsymbol{j}m_2),$$

with both spin 1 and spin 0 vertices, the additional spin 0 vertex being the one which changes the mass.

Significantly, while all the forces contribute to the production of the scalar mass term, the electric force is the only which contributes to nothing else. Overall, the calculation shows that an additional potential of the form Cr^n, where n is an integer greater than 1 or less than -1, that is any potential emerging from a system in which there is complexity, aggregation, or a multiplicity of sources, leads to a harmonic oscillator solution for the nilpotent operator, irrespective of the value of n, and, in fact, any polynomial sum of potentials of this form would produce the same result.

Conclusion. We have, in effect, shown that there are only three local physical manifestations which result from the nonlocal combinations and superpositions associated with a nilpotent fermion, and these are the ones associated with the electric (or other pure Coulomb), strong and weak interactions. They are also aspects which can be derived from the *algebraic structure* of the three terms, $\boldsymbol{j}m$, $\boldsymbol{i}\mathbf{p}$, and $i\boldsymbol{k}E$, which make up the nilpotent operator or wavefunction. The algebraic characteristics acquired when we reduce the dual vector spaces to five asymmetric components

are manifested nonlocally through the vacua associated with the energy, momentum, and rest mass components of the nilpotent wavefunction. The different algebraic characteristics of the three components then ultimately determine the nature of the local interactions which result from the local symmetries. It is thus possible to go all the way from the nonlocal vacua to recognizable physical effects which are characteristic of the different forces. At the same time, we should emphasize that the local / nonlocal connection is a two-way process and that local interactions also have significant nonlocal consequences, in particular, decoherence and the so-called collapse of the wavefunction.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Phys. Rev. Lett., **49**, 91 and 1804, 1982.
2. Rowlands P. Zero to Infinity, World Scientific, Singapore, Hackensack, NJ, and London, October, 2007.
3. Penrose R. The Road to Reality, Jonathan Cape, London, 2004.
4. Dirac P.A.M. The Principles of Quantum Mechanics, fourth edition. Clarendon Press, Oxford, 1958.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.1(075.8)

П. Н. Антонюк

РАЦИОНАЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ТЕОРИИ ПОЛЯ

Обсуждается возможность записи формул специальной теории относительности при помощи рациональных функций. Рассмотрены преобразования Лоренца и вращения, закон сложения скоростей, энергия и импульс свободной частицы. Указаны преобразования в теории поля, допускающие рациональную параметризацию.

E-mail: vera.dazhina@yandex.ru

Ключевые слова: преобразования Лоренца, группа Пуанкаре, рациональные функции, рациональные числа, резонансные соотношения, параметрическое представление функции.

Введение. Известно, что преобразования Лоренца, рассмотренные в широком смысле как десятипараметрическая неоднородная группа Лоренца или группа Пуанкаре, представляются произведением следующих десяти преобразований. Преобразование

$$x = \frac{x' + \dfrac{u}{c}\,ct'}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}; \quad ct = \frac{\dfrac{u}{c}\,x' + ct'}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$$

в плоскости (x, ct) и два аналогичных преобразования в плоскостях (y, ct) и (z, ct), преобразование

$$x = \cos\varphi \cdot x' - \sin\varphi \cdot y'; \quad y = \sin\varphi \cdot x' + \cos\varphi \cdot y'$$

в плоскости (x, y) и два аналогичных преобразования в плоскостях (y, z) и (z, x), а также преобразование

$$x = x' + \alpha$$

на прямой x и три аналогичных преобразования на прямых y, z, ct. Здесь c — скорость света. Все обозначения общеприняты.

Обсуждая эти десять преобразований, будем дальше говорить о преобразованиях Лоренца и группе Лоренца. Именно такую терминологию использовал сам Анри Пуанкаре. Сегодня десять преобразований часто связывают с именем Пуанкаре, который впервые рассмотрел эти преобразования в двух статьях «О динамике электрона» (5 июня 1905 г.) и «О динамике электрона» (23 июля 1905 г.).

Рациональная параметризация преобразований Лоренца. Главный результат этой работы состоит в том, что рассмотренные выше десять преобразований от одной инерциальной системы отсчета к другой, переводящие старые координаты x, y, z, ct события в новые координаты x', y', z', ct', могут быть записаны при помощи рациональных

функций в следующем виде:

$$x = x' + \alpha; \tag{1}$$

$$y = y' + \beta; \tag{2}$$

$$z = z' + \gamma; \tag{3}$$

$$ct = ct' + c\tau; \tag{4}$$

$$x = \frac{1-f^2}{1+f^2}\,x' - \frac{2f}{1+f^2}\,y'; \quad y = \frac{2f}{1+f^2}\,x' + \frac{1-f^2}{1+f^2}\,y'; \tag{5}$$

$$y = \frac{1-g^2}{1+g^2}\,y' - \frac{2g}{1+g^2}\,z'; \quad z = \frac{2g}{1+g^2}\,y' + \frac{1-g^2}{1+g^2}\,z'; \tag{6}$$

$$z = \frac{1-h^2}{1+h^2}\,z' - \frac{2h}{1+h^2}\,x'; \quad x = \frac{2h}{1+h^2}\,z' + \frac{1-h^2}{1+h^2}\,x'; \tag{7}$$

$$x = \frac{1+p^2}{1-p^2}\,x' + \frac{2p}{1-p^2}\,ct; \quad ct = \frac{2p}{1-p^2}\,x' + \frac{1+p^2}{1-p^2}\,ct; \tag{8}$$

$$y = \frac{1+q^2}{1-q^2}\,y' + \frac{2q}{1-q^2}\,ct; \quad ct = \frac{2q}{1-q^2}\,y' + \frac{1+q^2}{1-q^2}\,ct; \tag{9}$$

$$z = \frac{1+r^2}{1-r^2}\,z' + \frac{2r}{1-r^2}\,ct'; \quad ct = \frac{2r}{1-r^2}\,z' + \frac{1+r^2}{1-r^2}\,ct'; \tag{10}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = f; \quad \operatorname{tg}\frac{\psi}{2} = g; \quad \operatorname{tg}\frac{\chi}{2} = h; \tag{11}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2f}{1-f^2}; \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{2g}{1-g^2}; \quad \operatorname{tg}\chi = \frac{2h}{1-h^2}; \tag{12}$$

$$u = \frac{2p}{1+p^2}\,c; \quad v = \frac{2q}{1+q^2}\,c; \quad w = \frac{2r}{1+r^2}\,c; \tag{13}$$

$$\alpha \in \mathbb{R}\cdot L; \quad \beta \in \mathbb{R}\cdot L; \quad \gamma \in \mathbb{R}\cdot L; \quad c\tau \in \mathbb{R}\cdot L; \tag{14}$$

$$f \in \overline{\mathbb{R}}; \quad g \in \overline{\mathbb{R}}; \quad h \in \overline{\mathbb{R}}; \tag{15}$$

$$p \in [-1,1]; \quad q \in [-1,1]; \quad r \in [-1,1]. \tag{16}$$

Формулы (11)–(13), приведенные для удобства, связывают шесть безразмерных параметров f, g, h, p, q, r с эквивалентными параметрами: углами φ, ψ, χ вращений относительно координатных осей и координатами u, v, w скорости одной системы отсчета относительно другой. Формулы (14)–(16) показывают пределы изменения значений десяти параметров рассмотренных преобразований. Буква L обозначает некоторую единицу длины, необходимую для задания четырех размерных параметров трансляции (14).

Некоторые понятия и выводы. *Рациональная функция* задается отношением двух многочленов. Полученные формулы преобразований (1)–(10), вместе с формулами (13), содержат только рациональные функции. Более того, здесь рассматривается класс *рациональных функций с целыми коэффициентами*. Такие функции переводят *рациональные числа* (дроби) в рациональные числа.

Определим *рациональные преобразования Лоренца* при помощи формул (1–10), в которых все десять параметров α, β, γ, $c\tau$, f, g, h, p, q, r принимают только рациональные значения. *Иррациональные преобразования Лоренца* — это все другие преобразования Лоренца.

Вывод первый. Преобразования Лоренца записываются через рациональные функции.

Вывод второй. Рациональные преобразования Лоренца образуют подгруппу в группе преобразований Лоренца.

Можно также рассматривать *алгебраические и трансцендентные преобразования Лоренца*, если значения параметров задаются соответственно алгебраическими и не только алгебраическими, например трансцендентными, числами. То, что рациональные и алгебраические числа являются числовыми полями, объясняет, почему рациональные и алгебраические преобразования Лоренца являются группами.

Вывод третий. Рациональные преобразования Лоренца образуют всюду плотное множество во множестве преобразований Лоренца.

Пусть k физических величин $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_k$, имеющих одну и ту же размерность, связаны соотношением

$$n_1\omega_1 + n_2\omega_2 + \ldots + n_k\omega_k = 0, \quad n_1, n_2, \ldots, n_k \in \mathbb{Z},$$

причем $(n_1, n_2, \ldots, n_k) \neq (0, 0, \ldots, 0)$. Такое соотношение принято называть *резонансным соотношением.*

Вывод четвертый. Рациональные преобразования Лоренца могут быть представлены в виде системы резонансных соотношений для восьми координат и единицы длины

$$x, \quad y, \quad z, \quad ct, \quad x', \quad y', \quad z', \quad ct', \quad L.$$

Вывод пятый. Рациональные преобразования Лоренца переводят рациональные координаты x, y, z, ct в рациональные координаты x', y', z', ct'.

Аналогично, алгебраические преобразования Лоренца переводят алгебраические координаты в алгебраические координаты.

Единичная окружность, единичная гипербола и их уравнения. Истоки рациональной параметризации кривых и поверхностей следует искать в глубокой древности. Давно известны пифагоровы числа —

тройки натуральных чисел таких, что треугольник, длины сторон которого равны этим числам, является прямоугольным [2, 3]. Согласно теореме Пифагора, числа связаны уравнением

$$X^2 + Y^2 = Z^2, \tag{17}$$

а получить их можно по формулам

$$X = m^2 - n^2; \quad Y = 2mn; \quad Z = m^2 + n^2, \tag{18}$$

где m и n — натуральные числа, $m > n$.

Формулы (17) и (18) будем трактовать шире, как параметрическое представление двумерной поверхности конуса при помощи многочленов, где m и n — любые действительные числа. В основе представления лежит тождество

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2.$$

Такой подход позволяет строить не только целочисленные прямоугольные треугольники

$$(3, 4, 5); \quad (5, 12, 13); \quad (9, 12, 15); \quad (8, 15, 17),$$

известные с древности, но и иррациональные прямоугольные треугольники, такие как

$$(2\pi, \pi^2 - 1, \pi^2 + 1).$$

В силу трансцендентности числа π стороны этого треугольника рационально не соизмеримы, так как не существует резонансных соотношений, связывающих эти стороны.

Очевидно, что величины X, Y, Z имеют размерность длины, а величины m и n имеют размерность квадратного корня из длины. Следовательно, можно дважды применить так называемую П-теорему [4] к пространству треугольников (X, Y, Z) и к пространству параметров (m, n), что уменьшает размерность каждого пространства на единицу и позволяет переписать формулы (17) и (18) через три безразмерные переменные. Для этого делим последовательно три уравнения (18) сначала на третье уравнение, затем — на первое уравнение и, наконец, — на второе уравнение. Получаем три варианта безразмерных переменных и соответствующих им формул.

Вариант первый:

$$x = \frac{X}{Z}, \;\; y = \frac{Y}{Z}, \;\; \theta = \frac{n}{m}; \;\; x^2 + y^2 = 1, \;\; x = \frac{1 - \theta^2}{1 + \theta^2}, \;\; y = \frac{2\theta}{1 + \theta^2}. \tag{19}$$

Вариант второй:

$$x = \frac{Z}{X}, \;\; y = \frac{Y}{X}, \;\; \theta = \frac{n}{m}; \;\; x^2 - y^2 = 1, \;\; x = \frac{1 + \theta^2}{1 - \theta^2}, \;\; y = \frac{2\theta}{1 - \theta^2}. \tag{20}$$

Вариант третий:

$$x = \frac{Z}{Y}, \;\; y = \frac{X}{Y}, \;\; \theta = \frac{n}{m}; \;\; x^2 - y^2 = 1, \;\; x = \frac{1+\theta^2}{2\theta}, \;\; y = \frac{1-\theta^2}{2\theta}. \quad (21)$$

Последние формулы дают параметрические представления единичной окружности $x^2 + y^2 = 1$ и правой ветви единичной гиперболы $x^2 - y^2 = 1$ $(x > 0)$ через рациональные функции. Кроме того, хорошо известны параметрические представления

$$x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \cos\varphi, \\ y = \sin\varphi; \end{cases} \quad (22)$$

$$x^2 - y^2 = 1 \quad (x > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \operatorname{ch}\varphi, \\ y = \operatorname{sh}\varphi. \end{cases} \quad (23)$$

Представления (19) и (20) переходят друг в друга при замене

$$y \mapsto iy; \quad \theta \mapsto i\theta$$

и преобразуются в (22) и (23) при соответствующих заменах

$$\theta = \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}, \quad \theta = \operatorname{th}\frac{\varphi}{2},$$

связанных между собой в свою очередь заменой

$$\theta \mapsto i\theta; \quad \varphi \mapsto i\varphi.$$

Представления (22) и (23) переходят друг в друга при замене

$$y \mapsto iy; \quad \varphi \mapsto i\varphi.$$

Преобразования, связывающие представления (19) и (20), и преобразования, связывающие представления (22) и (23), являются *инволюциями*. Инволюция определяется как преобразование, квадрат которого равен тождественному преобразованию. Отметим, что используемые при этом замены инволюциями не являются. Следовательно, можно говорить о двойственности представлений (19) и (20) и двойственности представлений (22) и (23). Представления (20) и (21) связаны заменой-инволюцией

$$\theta \mapsto \frac{1-\theta}{1+\theta},$$

что означает двойственность представлений (20) и (21).

Двойственность представлений (19) и (20), использованных выше для рациональной параметризации преобразований Лоренца (преобразований Пуанкаре), тесно связана с двойственностью вращений (5), (6), (7) и бустов (8), (9), (10). Важно отметить, что вращения образуют

группу, в то время как бусты группу не образуют. Взятые вместе вращения и бусты образуют шестипараметрическую однородную группу Лоренца.

Рациональную параметризацию вращений предложил в XIX в. английский математик А. Кэли, но, кажется, все это было хорошо известно еще в XVIII в. Л. Эйлеру. Рациональную параметризацию бустов предложил во второй половине XX в. английский физик Г. Бонди [5–9], выбрав параметр k как обратную величину для параметра θ в представлении (21). Параметр k связан с параметром p, присутствующем в формулах (8) и (13), соотношениями

$$k = \frac{1+p}{1-p}; \quad p = \frac{k-1}{k+1}.$$

В обозначениях Бонди буст (8) записывается формулами

$$x = \frac{k^2+1}{2k}\,x' + \frac{k^2-1}{2k}\,ct'; \quad ct = \frac{k^2-1}{2k}\,x' + \frac{k^2+1}{2k}\,ct',$$

а также устанавливается соответствие формул

$$u = \frac{2p}{1+p^2}\,c \quad \text{и} \quad u = \frac{k^2-1}{k^2+1}\,c.$$

Выбор параметра k в литературе называется методом коэффициента k или радиолокационным методом.

Закон сложения скоростей. Рассмотрим параметр p представления (20), сопряженный с ним параметр P представления (21), и параметр Бонди:

$$P = \frac{1-p}{1+p}; \quad p = \frac{1-P}{1+P}; \quad k = \frac{1}{P}.$$

Запишем скорости u, v, w, направленные вдоль оси x, через эти параметры:

$$\frac{u}{c} = \frac{2p(u)}{1+p(u)^2} = \frac{1-P(u)^2}{1+P(u)^2} = \frac{k(u)^2-1}{k(u)^2+1};$$

$$\frac{v}{c} = \frac{2p(v)}{1+p(v)^2} = \frac{1-P(v)^2}{1+P(v)^2} = \frac{k(v)^2-1}{k(v)^2+1};$$

$$\frac{w}{c} = \frac{2p(w)}{1+p(w)^2} = \frac{1-P(w)^2}{1+P(w)^2} = \frac{k(w)^2-1}{k(w)^2+1}.$$

Тогда известный закон сложения скоростей дополнится новыми представлениями:

$$w = \frac{u+v}{1+\dfrac{uv}{c^2}}; \quad p(w) = \frac{p(u)+p(v)}{1+p(u)p(v)}; \quad P(w) = P(u)P(v);$$

$$k(w) = k(u)k(v).$$

Последнюю формулу вывел Бонди.

Энергия и импульс свободной частицы. Используя терминологию, обозначения и комментарии из книги [10], выпишем известные формулы для свободной частицы:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}; \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}; \quad \frac{E^2}{c^2} = p^2 + m^2c^2; \quad \mathbf{p} = \frac{E\mathbf{v}}{c^2},$$

где

$$p^2 = \mathbf{p}^2; \quad v^2 = \mathbf{v}^2.$$

Здесь p — модуль вектора импульса $\mathbf{p}$ (не путать с параметром p). Четыре уравнения для энергии и импульса связывают три переменные $\mathbf{p}$, E, $\mathbf{v}$ и два параметра m, c. П-теорема и пифагоровы числа позволяют найти для этих переменных параметрическое представление

$$(\boldsymbol{\theta}, m, c) \mapsto (\mathbf{p}, E, \mathbf{v}),$$

где векторный параметр $\boldsymbol{\theta}$ принимает значения в единичном шаре

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3) \in \{\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 \leqslant 1\} \subset \mathbb{R}^3.$$

Представление образуют три формулы

$$\mathbf{p} = \frac{2\boldsymbol{\theta}}{1-\theta^2}\, mc; \quad E = \frac{1+\theta^2}{1-\theta^2}\, mc^2; \quad \mathbf{v} = \frac{2\boldsymbol{\theta}}{1+\theta^2}\, c, \quad \text{где } \theta^2 = \boldsymbol{\theta}^2.$$

Для примера предположим, что $\boldsymbol{\theta} = \left(\dfrac{1}{6}, \dfrac{2}{9}, \dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{18}\,(3, 4, 12)$, тогда $\theta = \dfrac{13}{18} < 1$ и сразу получаем точное решение задачи о свободной частице, записанное в рациональных числах,

$$\mathbf{p} = \frac{36}{155}\,(3, 4, 12)mc; \quad E = \frac{493}{155}\, mc^2; \quad \mathbf{v} = \frac{36}{493}\,(3, 4, 12)c.$$

В основе примера лежат две пифагоровы тройки $(3, 4, 5)$ и $(5, 12, 13)$.

Заключение. Рациональная параметризация, подробно рассмотренная в данной работе, может быть успешно применена ко многим преобразованиям и формулам в теории поля. Укажем их с добавлением ссылок на книгу [10]:

• аберрация света — отклонение света при переходе к другой системе отсчета (с. 29);

• четырехмерные векторы (с. 30), четырехмерный радиус-вектор (с. 30), четырехмерная скорость (с. 41), четырехмерный импульс (с. 48), четырехмерный вектор силы (с. 48), четырехмерный потенциал поля (с. 69, 90), четырехмерный волновой вектор (с. 158) и их преобразования;

• преобразование компонент симметричного 4-тензора при преобразовании Лоренца и преобразование компонент антисимметричного 4-тензора при преобразовании Лоренца (с. 40);

• преобразование функции распределения (с. 49);

• преобразование Лоренца для поля (с. 90);

• инварианты поля — инвариантные величины, остающиеся неизменными при преобразованиях от одной инерциальной системы отсчета к другой (с. 91);

• преобразование плотности энергии, плотности потока энергии и компонент тензора напряжений при преобразовании Лоренца (с. 118);

• поле равномерно движущегося заряда (формула (38,8));

• преобразование плотности энергии плоской электромагнитной волны при переходе одной инерциальной системы отсчета к другой (с. 153);

• эффект Доплера (с. 158);

• дипольное излучение (с. 234, задача 2) и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонюк П.Н. Преобразования Лоренца и рациональные функции // Physical interpretations of relativity theory / Proceedings of XV International Scientific Meeting PIRT-2009 (Moscow 6–9 July 2009). — С. 413–414.
2. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. — М.: Наука, 1967. — 368 с.
3. Нейгебауер О. Точные науки в древности. — М.: Наука, 1968. — 224 с.
4. Антонюк П.Н. П-теорема и линейная алгебра // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция, 2010. — М.: Янус-К, 2011. — С. 236–238.
5. Бонди Г. Относительность и здравый смысл. — М.: Мир, 1967. — 164 с.
6. Бонди Г. Гипотезы и мифы в физической теории. — М.: Мир, 1972. — 104 с.
7. Бом Д. Специальная теория относительности. — М.: Мир, 1967. — 288 с.
8. Борн М. Космические путешествия и парадокс часов // Борн М. Размышления и воспоминания физика / Сб. статей. — М.: Наука, 1977. — С. 126–132.
9. Угаров В.А. Специальная теория относительности. — М.: Наука, 1977. — 384 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — 7-е изд. — М.: Наука, 1988. — 512 с.

Статья поступила в редакцию 08.10.2011

УДК 524.8

В. Я. Варгашкин

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ АНИЗОТРОПИИ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ СОГЛАСНО ДАННЫМ WMAP-ИЗМЕРЕНИЙ *Q*- И *U*-ПАРАМЕТРОВ СТОКСА РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

На основе анализа структуры и точности данных WMAP-измерений показано, что для расчета распределения угла поляризации микроволнового реликтового излучения Вселенной по небесной сфере в крупном угловом масштабе для первого приближения можно воспользоваться моделью с линейной поляризацией. При этом распределение угла поляризации в рамках электрооптического эффекта Фарадея служит оценкой распределения анизотропии интегральных магнитных свойств ранней Вселенной. По данным измерений параметров Стокса, полученным по десяти измерительным каналам, которые относятся к пяти частотным диапазонам зонда за семь лет его эксплуатации, рассчитаны оценки этого распределения.

E-mail: varg@ostu.ru

Ключевые слова: микроволновое реликтовое излучение, анизотропия, поляризация, параметры Стокса, магнитное поле, электрооптический эффект Фарадея, база данных зонда Уилкинсона.

Известно распределение температуры микроволнового реликтового излучения по небесной сфере, полученное на основании результатов спутниковых измерений в экспериментах «Реликт» [1], COBE [2], WMAP [3]. Наиболее точные результаты измерений этого распределения относятся к пяти частотным диапазонам: Ka (22 ГГц; 13,6 мм), K (30 ГГц; 10,0 мм), Q (40 ГГц; 7,5 мм), V (60 ГГц; 5,0 мм), W (90 ГГц; 3,3 мм) зонда Уилкинсона, относящихся к 10 приемным измерительным каналам Ka, K, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$.

Первые результаты были опубликованы [4] после года работы спутника. а рис. 1 данные исследователей воспроизведены с использованием опубликованной на сервере Lambda базы данных в галактической координатной системе в проекции Мольвейде в условных полутонах оттенков серого цвета, где более темным областям соответствуют более холодные участки излучения. При этом диапазон оттенков серого охватывает диапазон флуктуаций температуры в пределах ± 200 мкК на фоне средней температуры реликтового излучения около 2,73 К. Каналы Ka и K оказались сильно зашумленными и использовались в основном в калибровочных целях. Для остальных каналов характерно наличие значительного зашумления, в основном в экваториальных областях, горячим излучением галактики. С целью

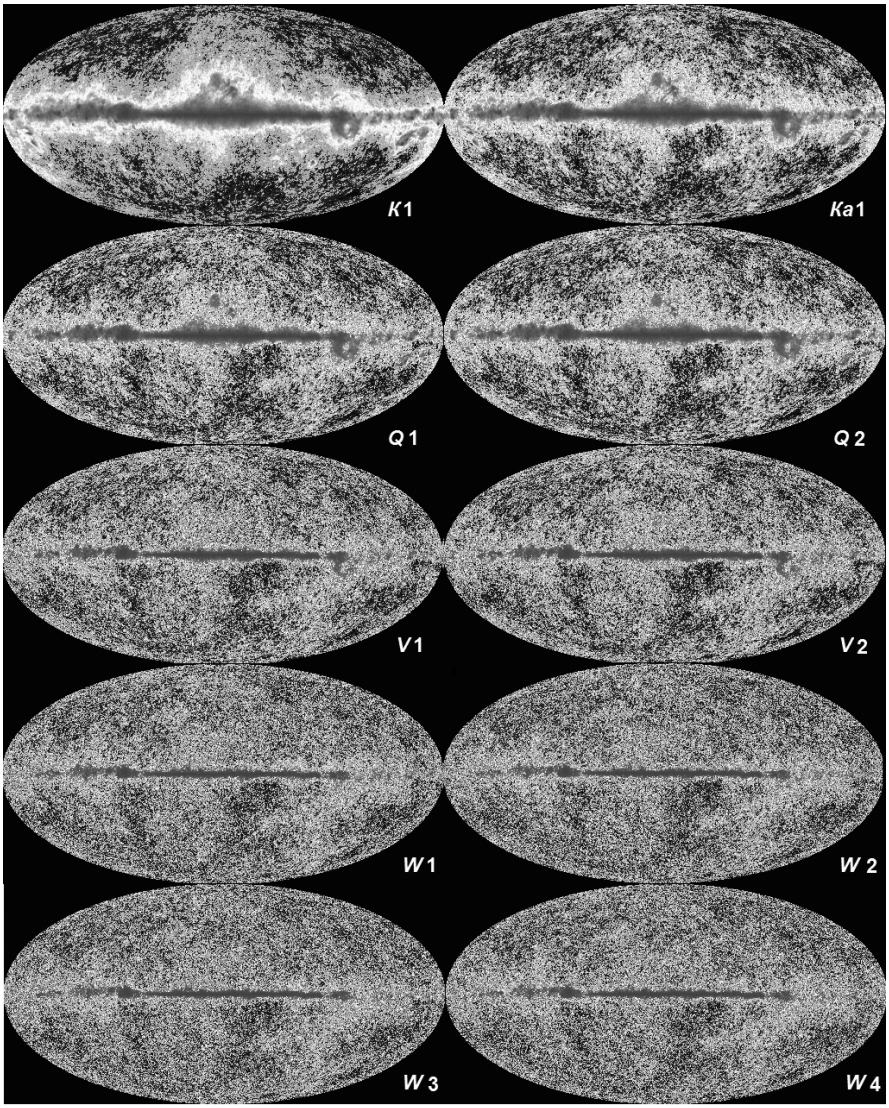


Рис. 1. Распределение анизотропии микроволнового реликтового излучения по измерительным каналам Ka, K, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$ с годичным усреднением [4]

уменьшения влияния шума в дальнейшем анализе было предусмотрено усреднение результатов, сначала в пределах измерительных каналов отдельных частотных диапазонов (рис. 2), а затем — в пределах частотных диапазонов за год работы спутника.

Аналогичные результаты впоследствии были представлены на основании трех [5], пяти [6], и семи [7] лет последовательной эксплуатации спутника (рис. 3). При этом каждый последующий результат являлся все более полной детализацией систематической составляющей действительного распределения температуры излучения, на ко-

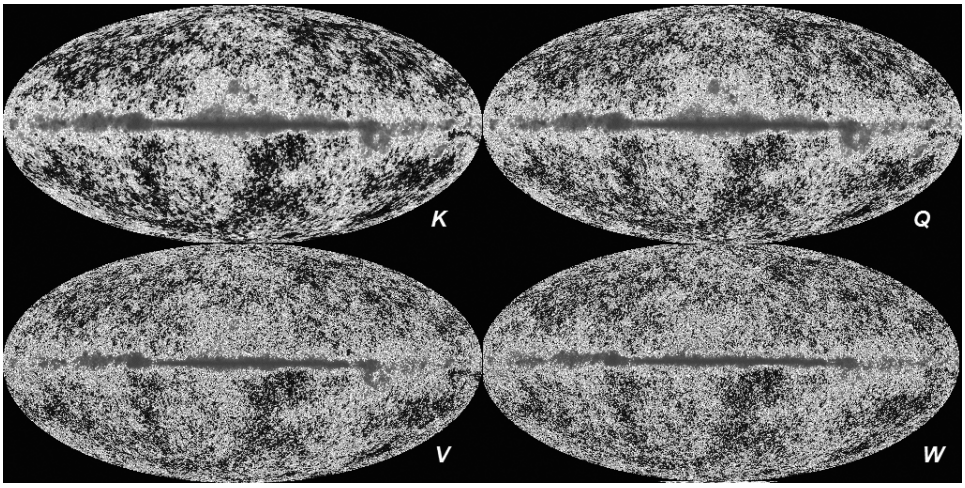


Рис. 2. Распределение анизотропии микроволнового реликтового излучения по частотным диапазонам K, Q, V и W с годичным усреднением [4]

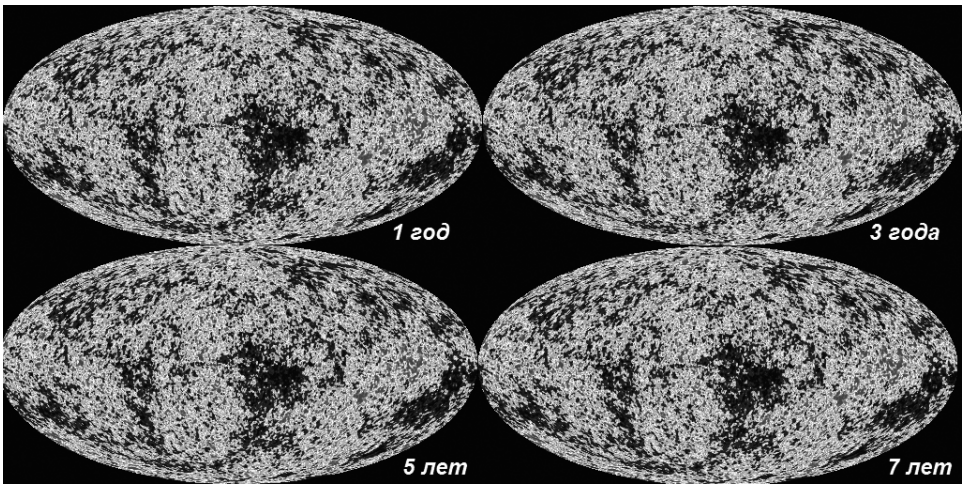


Рис. 3. Распределение анизотропии микроволнового реликтового излучения по всем измерительным каналам и частотным диапазонам с усреднением за 1, 3, 5 и 7 лет [4–7]

торое оказались наложенными значительные случайные отклонения при годичных наблюдениях в пределах как отдельных каналов, так и отдельных частотных диапазонов. В настоящее время данные семилетних исследований считаются наиболее точной картиной распределения микроволнового реликтового излучения по небесной сфере.

Следует также отметить, что полученная картина достаточно сильно зависит от способа выделения и устранения излучающей теплоту пылевой материи нашей галактики, а также от способа сглаживания результатов прямых наблюдений. В частности, известно альтернативное распределение температуры, полученное в Физическом институте

им. П. Н. Лебедева РАН [8], в котором отсутствуют характерные холодные и горячие пятна.

Помимо результатов температурных измерений спутниковая база содержит данные о Q- и U-параметрах поляризации Стокса, представленные в единицах температуры. Эти данные воспроизведены на рис. 4 в виде распределений по небесной сфере раздельно по каналам Ka, K, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$ с годичным усреднением.

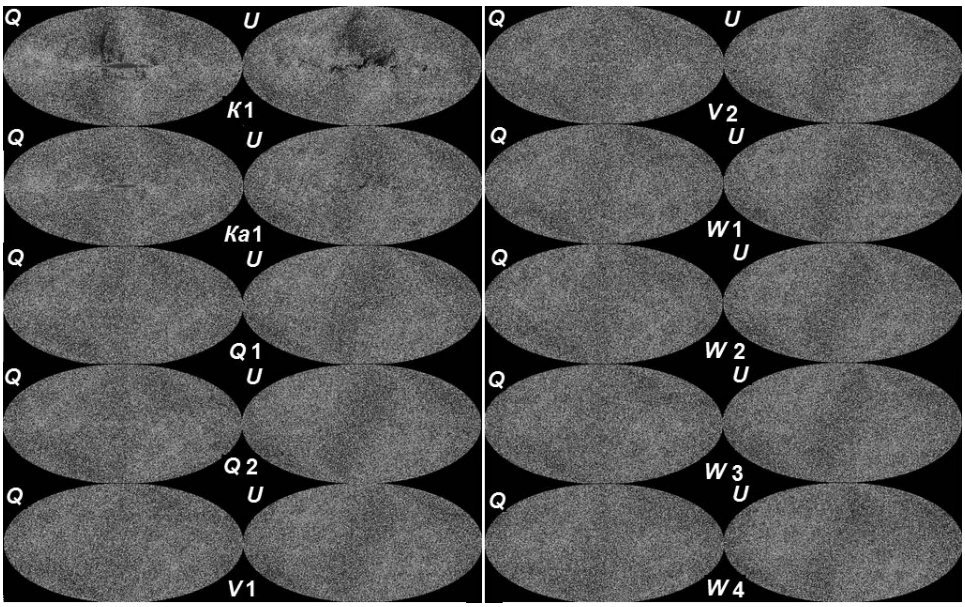


Рис. 4. Распределение Q- и U- параметров поляризации микроволнового реликтового излучения по измерительным каналам Ka, K, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$ с годичным усреднением [4]

Геометрический смысл параметров поляризации иллюстрируют эллипс поляризации и сфера Пуанкаре (рис. 5). Эллипс поляризации вписан в прямоугольник, одна из сторон которого ориентирована в направлении x, перпендикулярном плоскости галактики. I-, Q-, U- и V-параметры поляризации, или параметры Стокса определяются половинами A и B длин сторон вписанного прямоугольника и разностью фаз колебаний поляризованной волны:

$$I = A_1^2 + A_2^2; \tag{1}$$

$$Q = A_1^2 - A_2^2; \tag{2}$$

$$U = 2A_1A_2 \cos \Phi; \tag{3}$$

$$V = 2A_1A_2 \sin \Phi. \tag{4}$$

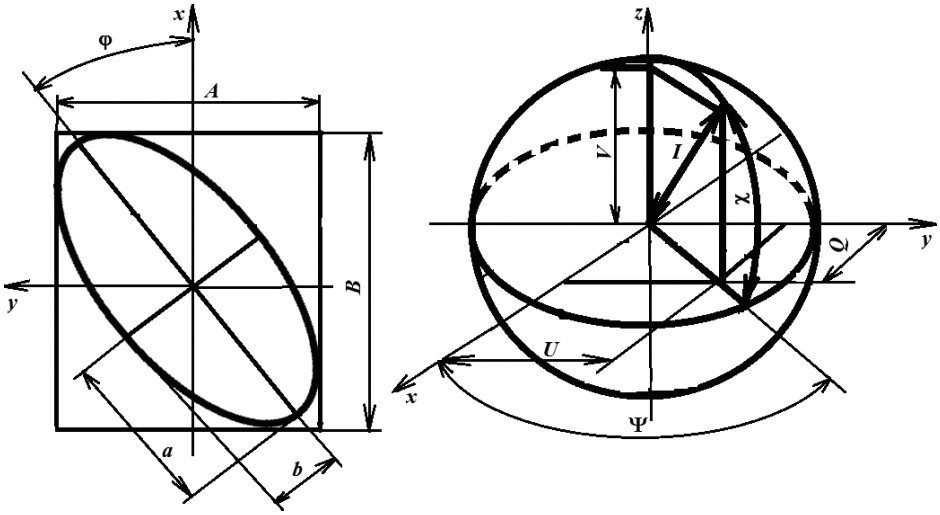


Рис. 5. Эллипс поляризации и сфера Пуанкаре

При этом выполняется тождество

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \tag{5}$$

Q-, U- и V-параметры поляризации Стокса графически изображаются на сфере Пуанкаре, где они образуют систему прямоугольных декартовых координат точки сферы. I-параметр является длиной радиуса-вектора точки. При переходе к сферической системе координат I, χ, ψ угол χ определяется длинами a и b полуосей эллипса поляризации:

$$\chi = 2\,\mathrm{arctg}\left(\pm\frac{a}{b}\right), \tag{6}$$

где знаки «плюс» и «минус» соответствуют правой либо левой поляризации. Тогда

$$Q = I\cos\chi\cos\psi; \tag{7}$$

$$U = I\cos\chi\sin\psi; \tag{8}$$

$$V = I\sin\chi. \tag{9}$$

Согласно выражениям (1)–(5) из четырех параметров поляризации лишь три являются независимыми, причем спутниковая база данных в качестве независимых параметров содержит сведения о Q-, U- и I-параметрах, поскольку результаты температурных измерений выступают в качестве I-параметра. При этом расчетным параметром, согласно выражению (5), оказывается V-параметр, равный нулю для простейшего случая линейной поляризации.

Различия в значениях угла φ поляризации можно объяснять прохождением излучения через промежутки dl сред с магнитным полем напряженностью H в рамках электрооптического эффекта Фарадея:

$$d\varphi = vH\,dl, \tag{10}$$

где v — постоянная Верде, зависящая от вида среды, температуры и длины волны излучения.

В этом случае среди совокупностей результатов измерений Q-, U- и I-параметров поляризации можно предположить наличие данных с погрешностями, систематичность которых заключается в том, что эти погрешности удовлетворяют выражению вида (5):

$$I^2 = Q^2 + U^2 + \Delta^2, \tag{11}$$

в котором член Δ обусловлен погрешностями измерения входящих в это выражение параметров, а V-параметр поляризации равен нулю. Тогда эллипс поляризации следует считать вырожденным в отрезок длиной a, а радиус-вектор точки сферы Пуанкаре лежащим в ее экваториальной плоскости. Подставляя в выражения (1)–(9) соответствующие такой геометрической модели значения величин $V = 0$, $b = 0$, $\Phi = 0$; $\chi = \pi$, можно получить оценку угла φ поляризации в наиболее простом для условий измерений с существенными погрешностями виде:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\left(\frac{Q}{U}\right)^2 \pm \sqrt{\left(\frac{Q}{U}\right)^2 + 1}\right], \tag{12}$$

где знаки «плюс» и «минус» соответствуют правой либо левой поляризации.

Использование выражения (12) для оценки угла поляризации возможно лишь в том случае, если входящая в выражение (11) величина Δ по абсолютному значению не превосходит некоторого предельного значения, т. е. рассматривается как некоторая погрешность. Так как в этом случае в выражении (5) следует принять $V = 0$, то малая величина

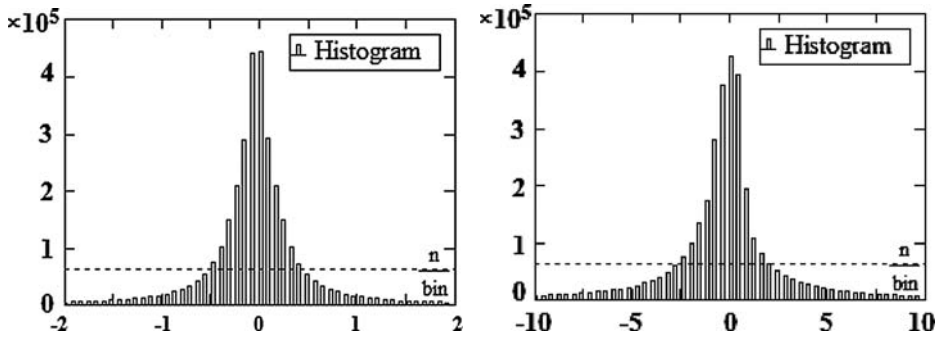
$$\delta = I - \sqrt{Q^2 + U^2} \tag{13}$$

не должна превосходить значения

$$\Delta\delta = \left|\frac{\partial\delta}{\partial I}\right|\Delta I + \left|\frac{\partial\delta}{\partial Q}\right|\Delta Q + \left|\frac{\partial\delta}{\partial U}\right|\delta U = \\ = \Delta I + \frac{2|Q|}{\sqrt{Q^2+U^2}}\,\Delta Q + \frac{2|U|}{\sqrt{Q^2+U^2}}\,\Delta U, \tag{14}$$

где ΔI; ΔQ; ΔU — пределы основных погрешностей измерения величин I, Δ и U соответственно. Полагая эти погрешности однопорядковыми, а знаменатели в слагаемых выражения (14) мало отличающимися от I вследствие малости величины (13), а следовательно, модули Q и U — величинами порядка $I/\sqrt{2}$, получаем, что значение $\Delta\delta$ оценивается, как не превышающее значения $\left[2\sqrt{2}+1\right]\Delta I$, т. е. около $3{,}8I$.

Обратимся к данным спутниковых измерений [4]. На рис. 6, *а* представлено распределение погрешностей ΔI измерения флуктуаций температуры микроволнового излучения, приведенных к оценкам действительного значения. В качестве измеренных значений взяты результаты, полученные по каналу $W1$, с годичным усреднением (см. рис. 1) при общем числе однократных измерений в пределах небесной сферы, равном 3 145 728. В качестве оценок действительных значений взяты аналогичные данные, полученные по всем каналам и частотным диапазонам с усреднением за 7 лет (см. рис. 3). Для получения количественной оценки $\Delta\delta$ согласно выражению (14) в качестве оценки приведенного значения ΔI целесообразно воспользоваться средним квадратическим отклонением этого распределения, которое составляет около 0,14. Тогда оценка $\Delta\delta$ может достигать 0,53.



а *б*

Рис. 6. Распределение погрешностей I (*а*) и δ (*б*)

На рис. 6, *б* представлено распределение значений δ, приведенных к оценкам действительных значений и рассчитанных по той же, что и в предыдущем случае, базе данных канала $W1$. При этом полученная оценка $\Delta\delta$ оказалась достаточно близкой к среднему квадратическому отклонению этого распределения, составившему около 0,6.

Таким образом, в рамках использованных оценок можно допустить, что до 40 % однократных измерений поляризации микроволнового излучения, что превосходит $1{,}2 \cdot 10^6$ однократных измерений

из общего их числа более чем $1{,}2 \cdot 10^6$ только по каналу $W1$, могут относиться к модели с линейной поляризацией.

В настоящее время используют различные способы моделирования поляризации микроволнового излучения. В частности, моделируют и количественно оценивают [9] (рис. 7) на основе базы данных зонда Уилкинсона поведение угла поляризации в окрестностях горячих и холодных пятен на карте температуры излучения. При этом анализируется наклон направления поляризации к изотермам пятен с целью определения градиентного или циркуляционного характера траектории изменения этих направлений. Характер указанного направления обусловливается E- и B-модами поляризации. Это требуется для установления спектров возмущений плотности, влияющих на E-моду, и спектров гравитационных волн, влияющих на обе моды, а следовательно, и для расчета потенциала скалярного поля, управляющего инфляцией [10]. Полученные подобным образом распределения углов поляризации являются достаточно локальными по размерам.

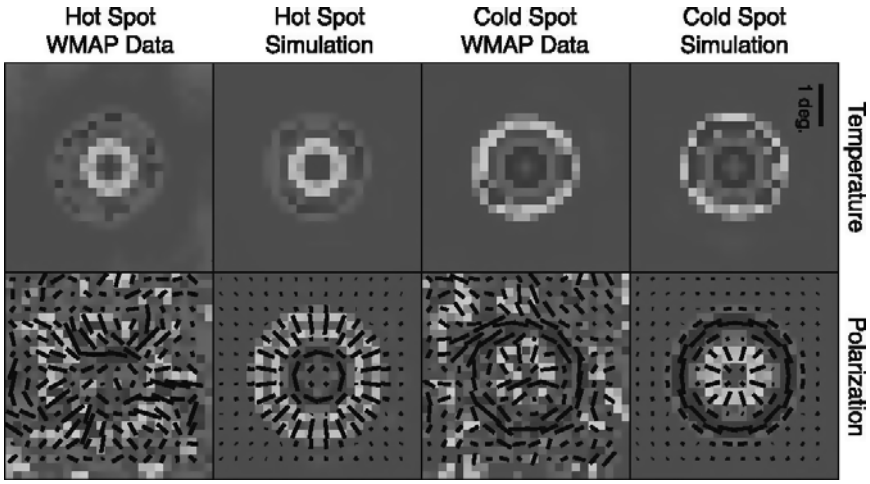


Рис. 7. К расчету и количественной оценке поведения угла поляризации в окрестностях горячих и холодных пятен [9]

Известна также экспериментальная оценка распределения углов поляризации по всей небесной сфере, полученная при исследовании поведения угла поляризации в окрестностях протяженных горячих и холодных областей [11]. Однако такое оценивание содержит достаточно ограниченный набор количественных значений (рис. 8).

Поэтому можно предположить, что моделирование поляризации микроволнового реликтового излучения приближением с линейной поляризацией позволит в рамках действия электрооптического эффекта Фарадея (10) получить картину распределения оценок (12) анизотропии интегральных магнитных свойств ранней Вселенной по небес-

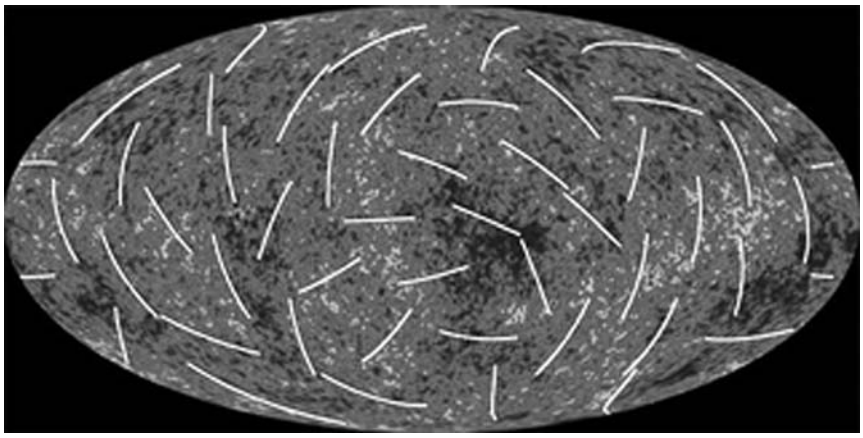


Рис. 8. Экспериментальная оценка распределения углов поляризации по небесной сфере [11]

ной сфере. Такое построение относится к достаточно крупному угловому масштабу, где не учитываются локальные эффекты, такие как влияние температурных перепадов в окрестностях горячих и холодных пятен (см. рис. 7). Статистическая значимость выявляемой картины распределения при этом может быть подтверждена ее повторяемостью в пределах всех измерительных каналов зонда Уилкинсона, всех частотных диапазонов измерительных каналов, а также по каждому из временных интервалов интегрирования данных, представленных в спутниковой базе [7] за семь лет эксплуатации спутника. Искомая повторяемость при этом окажется подобной повторяемости, наблюдавшейся для флуктуаций температуры микроволнового реликтового излучения (см. рис. 1–3).

На рис. 9 представлены распределения оценок угла поляризации реликтового излучения, полученные на основе спутниковой базы данных, построенные в рамках модели (12) для каналов K, Ka, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$ с усреднением за 7 лет. При этом аналогичные распределения, построенные с усреднением в 1, 3 и 5 лет, обладают большей размытостью и отдельного интереса не представляют. Диаграммы распределений оценок угла, как и распределений флуктуаций температуры, представлены в галактической координатной системе в проекции Мольвейде, в условных полутонах оттенков серого цвета, где более темным областям соответствуют участки с левой поляризацией, а более темным полутонам — с правой поляризацией. Числовые значения угла поляризации, таким образом, лежат в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Каналы Ka и K, как и в случае с температурой оказались сильно зашумленными.

В распределениях числовых значений угла линейной поляризации, построенных на основании данных любого из измерительных

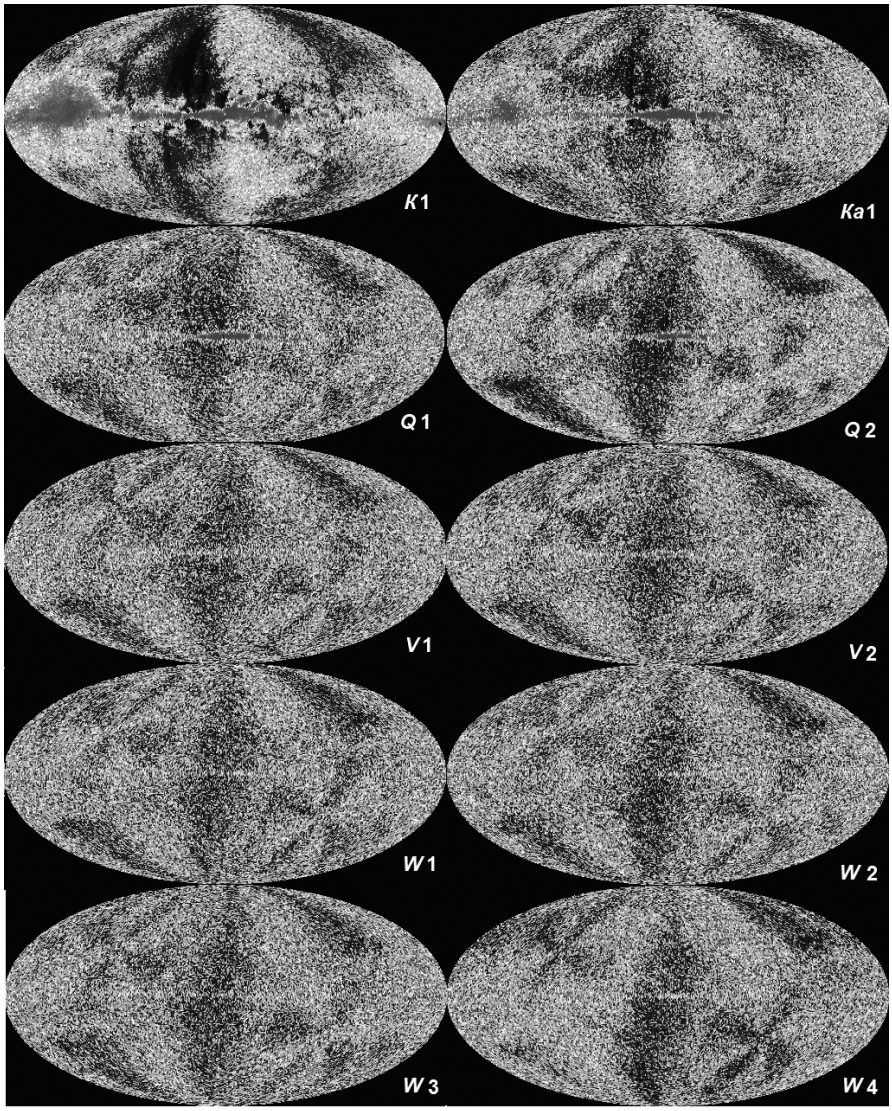


Рис. 9. Распределение оценок угла поляризации реликтового излучения с усреднением по каналам K, Ka, $Q1$, $Q2$, $V1$, $V2$, $W1$, $W2$, $W3$, $W4$ и за 7 лет по времени

каналов, просматриваются участки с разнонаправленным характером поляризации, которые протянулись в направлении, перпендикулярном галактическому экватору. В направлениях полюсов эклиптики на графиках просматриваются эллипсоподобные структуры с крестообразной сменой знака оценок угла. В направлениях этих структур, как показывает анализ спутниковой базы данных, условия наблюдений отличались от наблюдений в других направлениях, поэтому их возникновение, возможно, сопряжено с взаимодействием систематических погрешностей в окрестностях границ структур. Для распреде-

лений характерно также зашумление в экваториальных областях.

Распределения построены по всей совокупности данных, полученных по каждому из измерительных каналов, т. е. в основу каждой из диаграмм положены измерения в 3 145 728 точках. Это обусловлено тем, что предельное значение $\Delta\delta$ (14), являющееся границей применимости модели с линейной поляризацией, является также оценочной и иллюстрирующей возможность использования данной модели. При этом выявление участков, систематически повторяющихся от канала к каналу, может служить основанием для принятия модели с линейной поляризацией как статистически значимой.

Следует отметить, что в условиях рассматриваемой модели число точек, удовлетворяющих условию $|\delta| \leqslant \Delta\delta$, может составлять не более 40 % полной совокупности измерений. Поэтому для получения диаграмм, приведенных на рис. 9, полную выборку подвергли статистической обработке, заключавшейся в последовательном усреднении оценок по четыре пикселя. При этом полагали, что при больших значениях $|\Delta\delta|$ истинные значения углов поляризации отличаются от рассчитанных на основании модели (12) случайным образом, а следова-

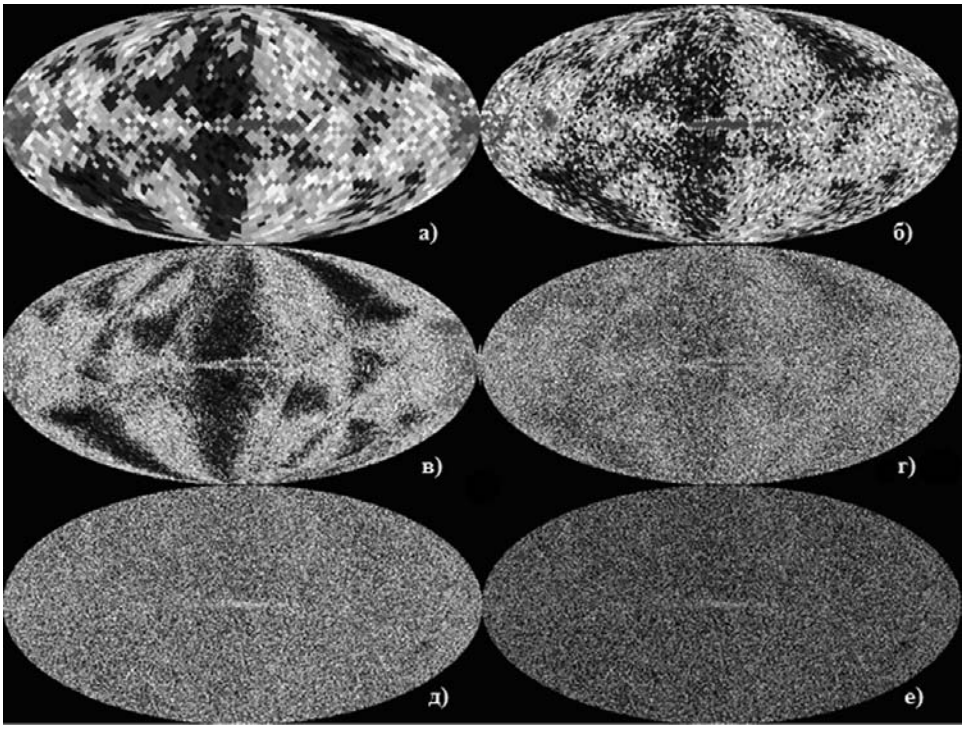


Рис. 10. Визуализация оценок угла поляризации при различной степени усреднения данных по 1024 (а), 256 (б), 64 (в), 16 (г), 4 (д) пикселя и без усреднения (е)

тельно, подобные отличия, считающиеся в данной модели локальными, могут быть исключены процедурой усреднения.

Процедуру усреднения иллюстрирует рис. 10, на котором представлены распределения, получаемые последовательным усреднением генеральной совокупности углов поляризации по 1024, 256, 64, 16, 4 пикселя и без усреднения. Неусредненные данные, а также данные, полученные путем четырехкратного усреднения, отличаются значительной зашумленностью. Систематическое изображение проявляется при 16-кратном усреднении. Наилучшая четкость изображения реализуется при 64-кратном усреднении. Более значительное усреднение приводит к размытию изображения за счет снижения его разрешения.

На рис. 11 представлено распределение оценок угла поляризации реликтового излучения с усреднением по частотным диапазонам K, Q, V и W и за 7 лет по времени. Усреднение по частотным диапазо-

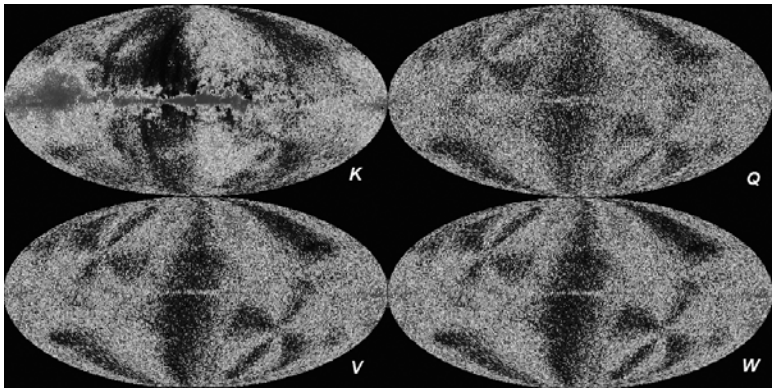


Рис. 11. Распределение оценок угла поляризации реликтового излучения с усреднением по частотным диапазонам K, Q, V и W и за 7 лет по времени

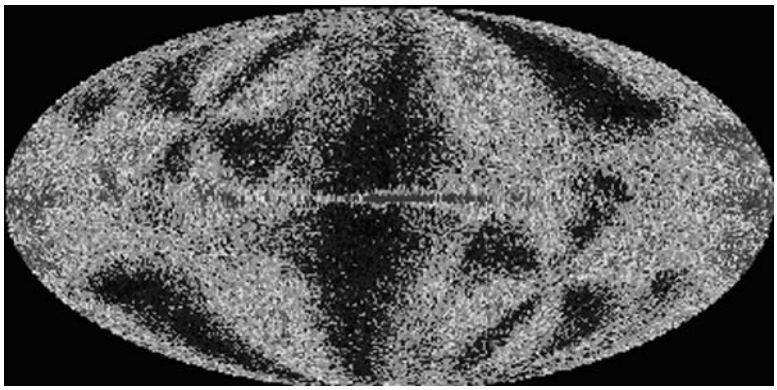


Рис. 12. Распределение оценок угла поляризации микроволнового реликтового излучения с усреднением по всем каналам и частотным диапазонам (кроме K и Ka) и за 7 лет по времени

нам, как и ожидалось, улучшает качество изображения по сравнению с неусредненным (см. рис. 9).

Распределение оценок угла поляризации реликтового излучения по небесной сфере с усреднением по всем каналам и частотным диапазонам (кроме K и Ka) и за 7 лет по времени представлено на рис. 12.

Полученное распределение является искомой интегральной оценкой анизотропии магнитных свойств ранней Вселенной в рамках электрооптического эффекта Фарадея.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Strukov I. A., Brukhanov A. A., Skulachev D. P. et al. // Pis'ma v Astronomicheskii Zhurnal. — 1992. — Vol. 18 — P. 387 (in Russian); Strukov I. A., Brukhanov A. A., Skulachev D. P. et al. // Soviet Astronomy Letters. — 1992. — Vol. 18 — P. 153; Strukov I. A., Brukhanov A. A., Skulachev D. P. et al. // Mon. Not. R. Astron. Soc. — 1992. — Vol. 258 — 37 p.
2. Mather J. C., Cheng E. S., Eplee R. E., jr. et al. // A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite // Astrophysical J. Part 2—Letters (ISSN 0004-637X). — May 10, 1990. — Vol. 354. — P. L37–L40.
3. www.lambda.gsfc.nasa.gov.
4. Bennett C. L., Halpern M., Hinshaw G., Jarosik N. et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Preliminary maps, and basic results // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2003. — Vol. 148. — P. 1–27.
5. Hinshaw G., Nolta M. R., Bennett C. L. et al. Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Temperature analysis // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2007. — Vol. 170. — P. 280–334.
6. Hinshaw G., Weiland J. L., Hill R. S. et al. Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: Data processing, sky maps, and basic results // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2009. — Vol. 180. — P. 225–245.
7. Jarosik N., Bennett C. L., Dunkley J. et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Sky maps, systematic errors, and basic results // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2011. — Vol. 192. — P. 14.
8. www.fian-inform.ru
9. Komatsu E., Smith K. M., Dunkley J. et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Cosmological interpretation // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2011. — Vol. 192 — P. 18.
10. Сажин М. В. Анизотропия и поляризация реликтового излучения. Последние данные // УФН. — 2004. — Т. 174, № 2. — С. 197–205.
11. Page L., Hinshaw G., Komatsu E. et al. Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)observations: Polarization analisys // The Astrophysical J. Supplement Series. — 2007. — Vol. 180. — P. 235–376.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 535.361

Н.С.Васильев, В.С.Горелик

СВОЙСТВА КВАЗИЧАСТИЦ С ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ И ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ МАССОЙ ПОКОЯ В КРИСТАЛЛАХ И ФИЗИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ

Исследована дисперсия оптических и акустических фононов в кристаллах алмаза и германия. Предложено два типа аналитических зависимостей, параметры которых можно определить экспериментально. Рассчитанные дисперсионные кривые удовлетворительно согласуются с экспериментальными кривыми в различных кристаллографических направлениях. Получены выражения для групповых скоростей и эффективных масс оптических и акустических фононов.

E-mail: nickliamg@gmail.com, gorelik@sci.lebedev.ru

Ключевые слова: фонон, эффективная масса, квазичастица, скорость, закон дисперсии, оптическая ветвь, акустическая ветвь, синусоидальное приближение.

Введение. Цель работы — получение аналитических выражений, описывающих дисперсию в кристаллах. В монографии [1] получены выражения для определения дисперсии одномерной двухатомной цепочки, однако вид этих кривых расходится с кривыми для алмаза и германия. В работе [2] был предложен численный метод получения дисперсионных кривых, но указанный алгоритм требует знания вида потенциала взаимодействия между узлами в кристаллической решетке. Для получения аналитических зависимостей, описывающих дисперсию в указанных веществах, была использована модель идеальной цепочки атомов с дополнительными связями [3]. При континуальном приближении были получены соотношения аналогичные уравнениям теории относительности. Показано, что дисперсия поперечно поляризованных волн в кристаллах алмаза и германия удовлетворительно согласуется с экспериментальными кривыми, полученными методами рассеяния медленных нейтронов.

Теоретический анализ. Простейшей моделью кристалла при описании дисперсионных ветвей может служить одномерная моноатомная цепочка с дополнительными связями [3, 4]. В рамках такой модели учитываем взаимодействия только между ближайшими соседями. При этом уравнение движения для отдельного атома n в цепочке принимает вид

$$m\ddot{u}(n) = -\gamma_0 u(n) - \gamma\big(2u(n) - u(n-1) - u(n+1)\big), \qquad (1)$$

где m — масса атома; $u(n)$ — перемещение n-го атома; γ_0 и γ — коэффициенты упругой связи. Подставим в уравнение (1) решение в виде плоской монохроматической волны: $u(n,t) = u_0 \exp[i(kan - \omega t)]$

(a — период кристаллической цепочки, u_0 — амплитуда, k — волновое число, $\omega(k)$ — циклическая частота, t — время). При этом из уравнения (1) следует соотношение, задающее закон дисперсии $\omega(k)$ цепочки

$$\omega^2(k) = \frac{\gamma_0}{m} + a^2\,\frac{\gamma}{m}\sin^2\frac{ka}{2}. \tag{2}$$

Если $\gamma_0 = 0$ и $\gamma > 0$, то закон дисперсии можно записать в следующем виде:

$$\omega(k) = 2\,\frac{S}{a}\left|\sin\frac{ka}{2}\right|, \tag{3}$$

где S — скорость звука, $S = a\sqrt{\dfrac{\gamma}{m}}$. Закон дисперсии (3) соответствует акустическим фононам (рис. 1, кривая 1). Если $\gamma_0 > 0$ и $\gamma > 0$, то из уравнения (2) получаем дисперсионное соотношение для цепочки атомов (рис. 1, кривая 5) в виде

$$\omega^2(k) = \omega_0^2 + 4\,\frac{S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}, \tag{4}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{\gamma_0}{m}}$ — частота, соответствующая $k = 0$. Если $\gamma_0 > 0$ и $\gamma < 0$, то из уравнения (2) получим другое дисперсионное соотношение для цепочки атомов (рис. 1, кривая 4):

$$\omega^2(k) = \omega_0^2 - 4\,\frac{S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}, \tag{5}$$

где $S = a\sqrt{\dfrac{|\gamma|}{m}}$. Если $\gamma_0 < 0$ и $\gamma > 0$, то из уравнения (2) можно получить следующее дисперсионное соотношение для цепочки атомов (рис. 1, кривая 7):

$$\omega^2(k) = -\omega_0^2 + 4\,\frac{S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}. \tag{6}$$

Как будет показано ниже масса покоя квазичастиц, описываемых этим соотношением, является мнимой.

Закон дисперсии, задаваемый соотношениями (3)–(5) в дальнейшем будем называть синусоидальным приближением. На рис. 1 представлены результаты расчета дисперсии для идеализированной модели кристаллической решетки при синусоидальном и континуальном приближении при различных параметрах.

Уравнения (4) и (5) задают оптические ветви в кристаллах, а выражение (3) — дисперсию для акустической ветви в кристалле. Под скоростью квазичастиц подразумеваем групповую скорость соответствующих волн, задаваемую выражением $v = d\omega/dk = dE/dp$. Формула

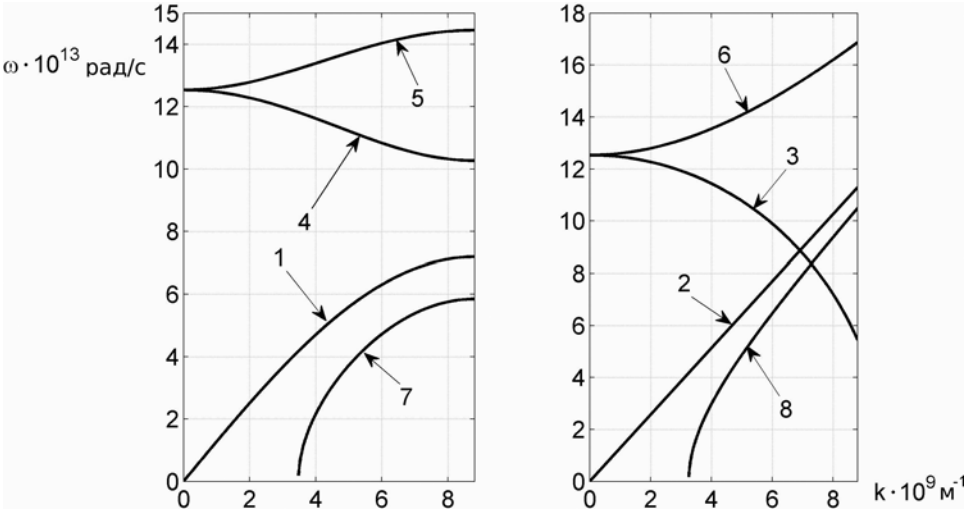


Рис. 1. Результаты расчета законов дисперсии для идеализированной модели — одномерной моноатомной цепочки с дополнительными связями ($S = 12{,}82 \cdot 10^3$ м/с, $\omega_0 = 2{,}51 \cdot 10^{14}$ рад/с, $a = 0{,}1784$ нм): 1, 4, 5, 7 — синусоидальное приближение; 2, 3, 6, 8 — континуальное приближение

для определенмя групповой скорости оптических и акустических фононов имеет вид

$$v = S\cos\frac{ka}{2}, \quad \text{при} \quad \gamma_0 = 0, \quad \gamma > 0; \tag{7}$$

$$v = \frac{S^2\sin(ka)}{a\left(\omega_0^2 + 4, \dfrac{S^2}{a^2}\sin^2\dfrac{ka}{2}\right)^{1/2}} \quad \text{при} \quad \gamma_0 > 0, \quad \gamma > 0; \tag{8}$$

$$v = -\frac{S^2\sin(ka)}{a\left(\omega_0^2 - 4, \dfrac{S^2}{a^2}\sin^2\dfrac{ka}{2}\right)^{1/2}} \quad \text{при} \quad \gamma_0 > 0, \quad \gamma < 0; \tag{9}$$

$$v = -\frac{S^2\sin(ka)}{a\left(-\omega_0^2 + 4, \dfrac{S^2}{a^2}\sin^2\dfrac{ka}{2}\right)^{1/2}} \quad \text{при} \quad \gamma_0 < 0, \quad \gamma > 0. \tag{10}$$

Из формул (6)–(8) следует, что групповая скорость акустических и оптических фононов на границах зоны Бриллюэна обращается в нуль. Как известно из [1], эффективная масса фононов задается соотношением

$$m = \frac{1}{\dfrac{d^2E}{dp^2}} = \frac{\hbar}{\dfrac{d^2\omega}{dk^2}}. \tag{11}$$

Выражения для эффективных масс фононов в синусоидальном приближении с учетом соотношений (3)–(5), (11) имеют следующий вид:

$$m = -\frac{2\hbar}{Sa}\sin^{-1}\frac{ka}{2}, \quad \text{при} \quad \gamma_0 = 0, \quad \gamma > 0; \tag{12}$$

$$m(k) = \frac{\hbar\omega}{S^2}\left[\cos ka - \left(\frac{S\sin ka}{a\omega}\right)^2\right]^{-1} =$$
$$= \frac{\hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}{S^2}\left[\cos ka - \left(\frac{S\sin ka}{a\sqrt{\omega_0^2 + \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}\right)^2\right]^{-1}$$
$$\text{при} \quad \gamma_0 > 0, \quad \gamma > 0; \tag{13}$$

$$m(k) = -\frac{\hbar\omega}{S^2}\left[\cos ka + \left(\frac{S\sin ka}{a\omega}\right)^2\right]^{-1} =$$
$$= -\frac{\hbar\sqrt{\omega_0^2 - \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}{S^2}\left[\cos ka + \left(\frac{S\sin ka}{a\sqrt{\omega_0^2 - \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}\right)^2\right]^{-1}$$
$$\text{при} \quad \gamma_0 > 0, \quad \gamma < 0; \tag{14}$$

$$m(k) = \frac{\hbar\omega}{S^2}\left[\cos ka - \left(\frac{S\sin ka}{a\omega}\right)^2\right]^{-1} =$$
$$= \frac{\hbar\sqrt{-\omega_0^2 + \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}{S^2}\left[\cos ka - \left(\frac{S\sin ka}{a\sqrt{-\omega_0^2 + \frac{4S^2}{a^2}\sin^2\frac{ka}{2}}}\right)^2\right]^{-1}$$
$$\text{при} \quad \gamma_0 < 0, \quad \gamma > 0. \tag{15}$$

Как следует из выражения (13), эффективная масса оптических фононов, задаваемых законом дисперсии (4), в центре зоны Бриллюэна (при $k = 0$) оказывается положительной, а задаваемых выражением (5) — отрицательной. На рис. 2 приведена зависимость эффективной массы оптических фононов для кристалла алмаза от волнового вектора, и для сравнения — масса протона.

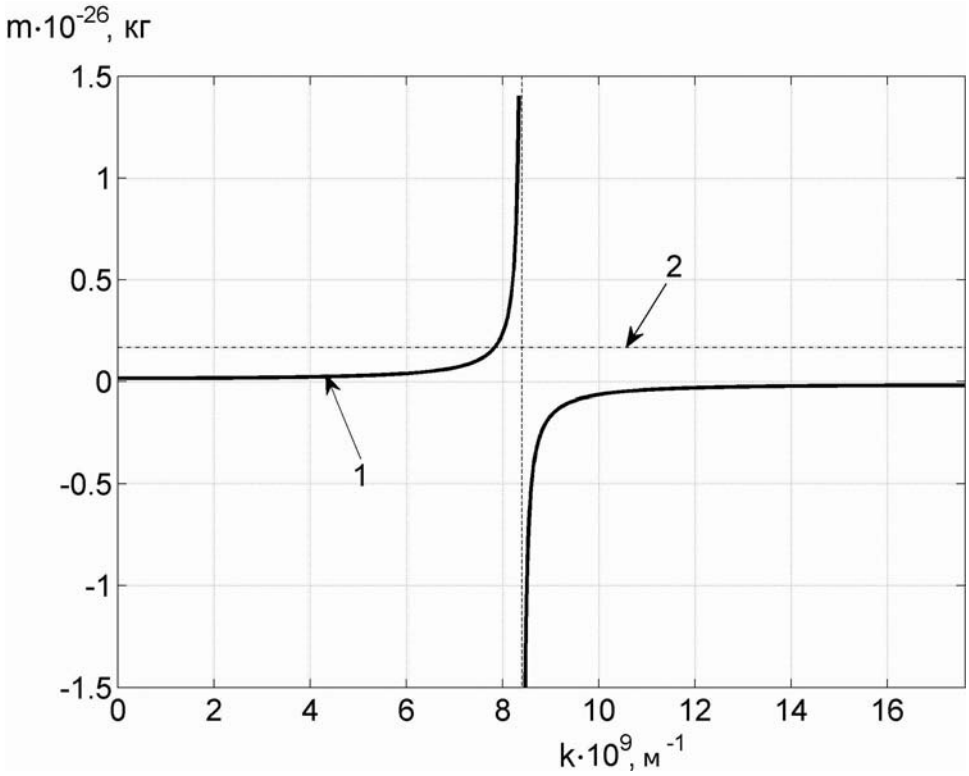


Рис. 2. Зависимость эффективной массы оптических фононов для кристалла алмаза от волнового вектора в направлении [100] при $\omega_0 = 2{,}51 \cdot 10^{14}$ рад/с, $S = 12{,}82$ км/с, $a = a_0/2 = 0{,}3567$ нм:

1 — эффективная масса оптических фондов; 2 — масса протона

Преобразуем выражение (1) к виду:

$$\ddot{u}(n) = -\frac{\gamma_0}{m}\,u(n) - \frac{a^2\gamma}{m}\left(\frac{2u(n) - u(n-1) - u(n+1)}{a^2}\right). \qquad (16)$$

Осуществим предельный переход от дискретной цепочки к континууму ($a \to 0$). Для этого воспользуемся для выражения в скобках известной аппроксимацией второй производной:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \approx \frac{-2y_i + y_{i+1} + y_{i-1}}{(\Delta x)^2},$$

учитывая, что $(\Delta x)^2 = a^2$. Если $\gamma_0 = 0$ и $\gamma > 0$, то, при $S^2 = a^2\,\dfrac{\gamma}{m}$, от соотношения (16) приходим к волновому уравнению:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{S^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u(x,t) = 0. \qquad (17)$$

Подстановка решения в виде плоской монохроматической волны $u(x,t) = u_0 \exp(-i(\omega t - kx))$ дает линейный закон дисперсии (рис. 1, кривая 2)

$$\omega = Sk. \tag{18}$$

Выражение (18) также можно получить из закона (3), разложив его в ряд по степеням k и оставив члены при первой степени. Такое приближение справедливо вблизи центра зоны Бриллюэна. Если $\gamma_0 > 0$ и $\gamma > 0$, то, учитывая, что $\omega_0^2 = \dfrac{\gamma_0}{m}$, от выражения (16) приходим к известному в теории поля для массивных частиц уравнению Клейна — Гордона:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{S^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u(x,t) = \frac{\omega_0^2}{S^2}\,u(x,t). \tag{19}$$

Для частиц, описываемых уравнением (19), выражение для энергии покоя имеет вид:

$$E_0 = \hbar\omega_0 = m_0 S^2, \tag{20}$$

где E_0, m_0 — энергия и масса покоя соответствующей частицы. Как следует из соотношения (20), масса покоя таких квазичастиц $m_0 = \dfrac{\hbar\omega_0}{S^2}$ является положительной. При подстановке решения в виде плоской монохроматической волны в уравнение (19) получим закон дисперсии оптической ветви для малых волновых векторов (рис. 1, кривая 6)

$$\omega^2 = \omega_0^2 + k^2 S^2. \tag{21}$$

Умножив обе части этого уравнения на постоянную Планка, получим выражение.

$$E^2 = E_0^2 + p^2 S^2, \tag{22}$$

которое совпадает с уравнением, известным из теории поля. Уравнение типа Клейна — Гордона (19) инвариантно относительно преобразований, аналогичных преобразованиям Лоренца:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{S^2}}} \qquad t = \frac{t' + \dfrac{V}{S^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{S^2}}}, \tag{23}$$

где V — скорость подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат.

Преобразования Лоренца можно интерпретировать как повороты в псевдоевклидовом пространстве-времени, при которых остается инвариантом интервал ds (расстояние между двумя точками в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве-времени), удовлетворяющий

соотношению:

$$ds^2 = S^2t^2 - r^2. \tag{24}$$

Соотношение (24) позволяет описать свойства оптических фононов, имеющих положительную эффективную массу, методами специальной теории относительности. При этом применимость принципа относительности для квазичастиц имеет место в континуальном приближении для заданного кристаллографического направления. Такая особенность связана с анизотропией упругих свойств реальных кристаллических структур (оказывается различной скорость распространения возмущений в различных направлениях). Скорость оптического фонона при этом, как следует из выражений (22) и (21), удовлетворяет соотношению

$$V = \frac{dE}{dp} = \frac{S^2p}{\sqrt{E_0^2 + S^2p^2}}. \tag{25}$$

Из выражения (25) получаем, что в рассматриваемом приближении зависимость квазиимпульса оптического фонона от его скорости имеет вид:

$$p = \frac{E_0V}{S^2\left(1 - \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{1/2}} = \frac{m_0V}{\left(1 - \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{1/2}}. \tag{26}$$

Для зависимости эффективной массы m оптического фонона с положительной эффективной массой покоя m_0 от его скорости V соответственно получаем:

$$m = \frac{E_0}{S^2\left(1 - \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{3/2}} = \frac{m_0}{\left(1 - \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{3/2}}. \tag{27}$$

Соотношения для времен жизни и длин волновых пакетов примут вид

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{S^2}}}, \tag{28}$$

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{S^2}}, \tag{29}$$

где τ_0, τ — время жизни квазичастиц, а L,L_0 — размер соответствующего волнового пакета в покоящейся и движущейся относительно наблюдателя со скоростью V системах отсчета.

Если в выражении (16) принять, что $\gamma_0 > 0$ и $\gamma < 0$, то при переходе к континууму получим модифицированное уравнения Клейна —

Гордона для оптических фононов с отрицательной эффективной массой покоя ($m_0 = -\dfrac{\hbar\omega_0}{S^2} = -\dfrac{E_0}{S^2}$):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{S^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u(x,t) = -\frac{\omega_0^2}{S^2}\,u(x,t). \tag{30}$$

Подставив решение в уравнение (30) в виде плоской монохроматической волны, получим закон дисперсии оптической ветви для малых волновых векторов (рис. 1, кривая 3):

$$\omega^2 = \omega_0^2 - S^2k^2. \tag{31}$$

Зависимость энергии оптических фононов с отрицательной эффективной массой покоя от квазиимпульса в континуальном приближении принимает вид

$$E^2 = E_0^2 - S^2p^2. \tag{32}$$

Модифицированное уравнение Клейна — Гордона (30) является инвариантным относительно простых поворотов в евклидовом четырехмерном пространстве-времени, задаваемыми следующими соотношениями:

$$x = \frac{x' - Vt'}{\sqrt{1 + \dfrac{V^2}{S^2}}}; \quad t = \frac{t' + \dfrac{V}{S^2}\,x'}{\sqrt{1 + \dfrac{V^2}{S^2}}}. \tag{33}$$

При этом выражение для квадрата интервала принимает вид

$$ds^2 = S^2\,dt^2 + dr^2. \tag{34}$$

Из соотношения (32) получаем выражение для зависимости скорости оптического фонона с отрицательной эффективной массой покоя $m_0 = -\dfrac{E_0}{S^2} < 0$ от его квазиимпульса (в континуальном приближении):

$$V = -\frac{S^2p}{\sqrt{E_0^2 - S^2p^2}}. \tag{35}$$

Отсюда для квазиимпульса оптического фонона с отрицательной эффективной массой покоя получаем

$$p = -\frac{E_0V}{S^2\left(1 + \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{1/2}} = -\frac{m_0V}{\left(1 + \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{1/2}}; \tag{36}$$

$$m = -\frac{m_0}{\left(1 + \dfrac{V^2}{S^2}\right)^{3/2}}. \tag{37}$$

Время жизни и «размер» оптического фонона с отрицательной эффективной массой покоя (случай кристаллов типа алмаза) соответственно равны

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + \dfrac{V^2}{S^2}}}; \quad L = L_0\sqrt{1 + \frac{V^2}{S^2}}. \tag{38}$$

Полученные выражения для зависимости времени жизни оптического фонона от его скорости можно экспериментально проверить, например, методом комбинационного рассеяния света при исследовании ширины линий при различных углах рассеяния.

Полученные выражения для эффективных масс оптических и акустических фононов вблизи центра и на границе зоны Бриллюэна представляют интерес для оценки температуры Бозе — Эйнштейновской конденсации [5] фононов в кристаллах типа алмаза.

Сравнение теории с экспериментом. Закон дисперсии для акустических и оптических ветвей кристаллов алмаза, соответствующий различным поляризациям фононов, изучался ранее методом спектроскопии неупругого рассеяния медленных нейтронов [6, 7 и др.], а также методами рассеяния рентгеновских лучей [8–10]. На рис. 3 приведены экспериментальные данные, полученные этими методами для поперечной поляризации соответствующих волн. Сплошные кривые соответствуют расчету, выполненному авторами на основе идеализированной модели в синусоидальном приближении (3) и (5) при следующих параметрах: $S_{[100]} = 12\,820$ м/с, $S_{[111]} = 12\,060$ м/с, $S_{[110]} = 12\,820$ м/с, $\omega_0 = \omega(\Gamma_{25'}) = 2{,}50 \cdot 10^{14}$ рад/с, $a = 0{,}3567$ нм. Видно, что наблюдается удовлетворительное согласие теории (синусоидальное приближение) с экспериментом при использовании для обеих ветвей одного и того же параметра S, совпадающего со значением скорости звука в кристалле алмаза. В таблице приведены значения частот оптических и акустических ветвей на границах зоны Бриллюэна, полученные экспериментально [11] и рассчитанные в синусоидальном приближении по формулам (3) и (5).

На рис. 4 приведены законы дисперсии акустической и оптической ветвей кристалла, полученные методом неупругого рассеяния медленных нейтронов [6, 7] и методами рассеяния рентгеновских лучей [8–10], а также результаты расчета, выполненного при тех же параметрах рассматриваемой модели в континуальном приближении (18) и (31). Видно удовлетворительное согласие теории с экспериментом лишь при малых значениях k, т. е. вблизи центра зоны Бриллюэна. Следует отметить, что и в этом случае можно использовать одни и те же значения параметров S как для оптических, так и для акустических ветвей.

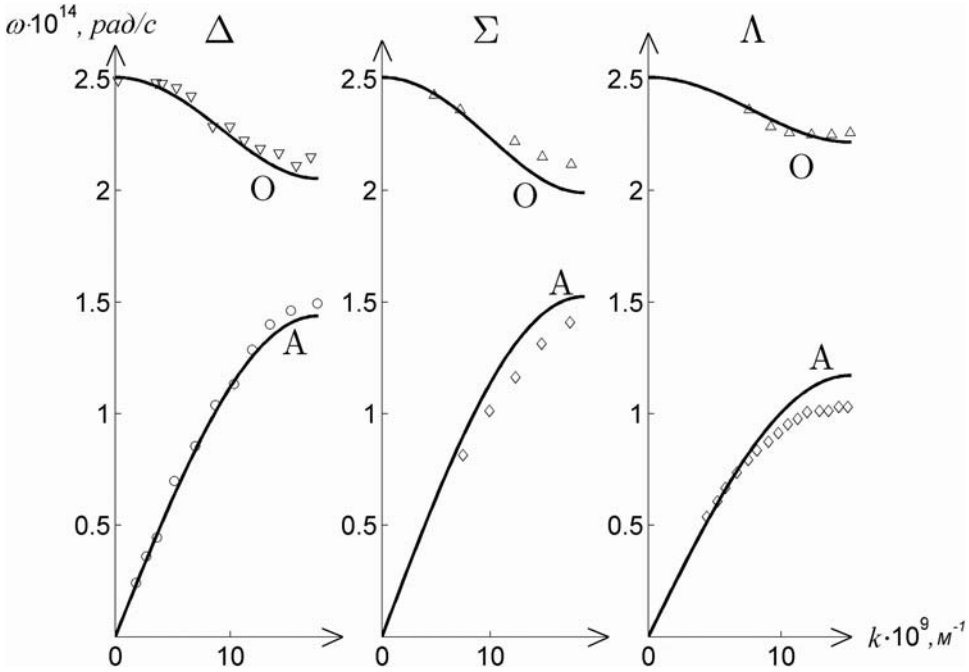


Рис. 3. Законы дисперсии для кристаллов алмаза, полученные экспериментально методами рассеяния медленных нейтронов и рентгеновского излучения («○» — акустические фононы, «▽» — оптические фононы), сплошные кривые соответствуют расчету, выполненному на основе идеализированной модели (3) и (5) в синусоидальном приближении

Таблица

Частоты, ТГц, оптических и акустических ветвей кристаллов в различных точках зоны Бриллюэна

Точки зоны Бриллюэна	Алмаз		Германий	
	[11]	расчет по (3), (5)	[12]	расчет по (3), (5)
$\nu_{TA}(\Gamma)$	0	0	0	0
$\nu_{TO}(\Gamma)$	39,81	39,81	9,12	9,12
$\nu_{TA}(X)$	24,2	22,9	2,39	3,82
$\nu_{TO}(X)$	32,1	32,7	8,17	8,28
$\nu_{TA}(L)$	16,9	18,6	1,87	3,0
$\nu_{TO}(L)$	36,2	35,3	8,55	8,6
$\nu_{TA}(K)$	22,44	24,28	2,50	3,20
$\nu_{TO}(K)$	33,59	31,68	8,26	8,53

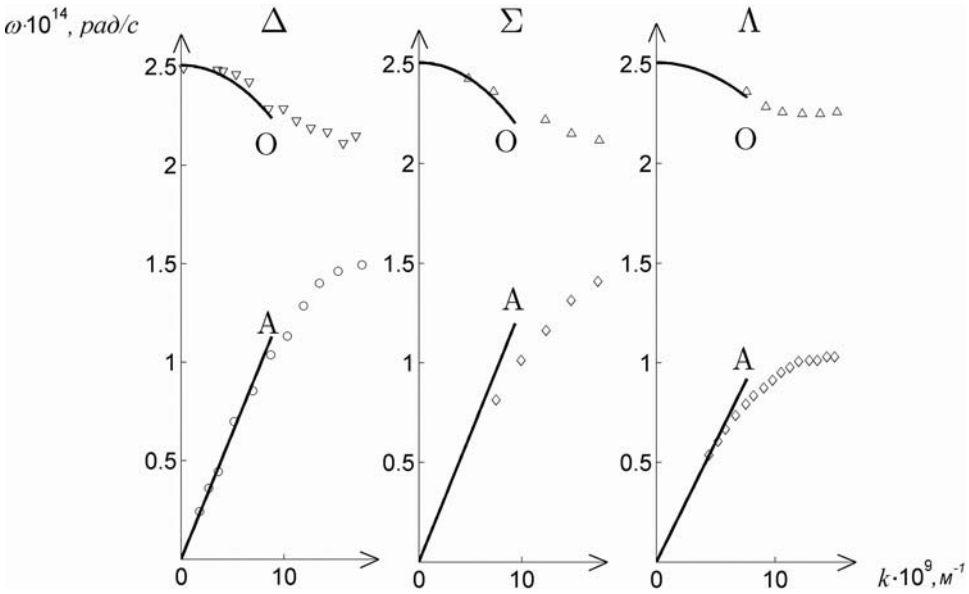


Рис. 4. Законы дисперсии для кристаллов алмаза, полученные экспериментально методоми рассеяния медленных нейтронов и рентгеновского излучения («○» — акустические фононы, «▽» — оптические фононы), сплошные кривые соответствуют расчету, выполненному на основе континуального приближения по соотношениям (18) и (31)), (линии проведены наполовину от длины зоны Бриллюэна в заданном направлении)

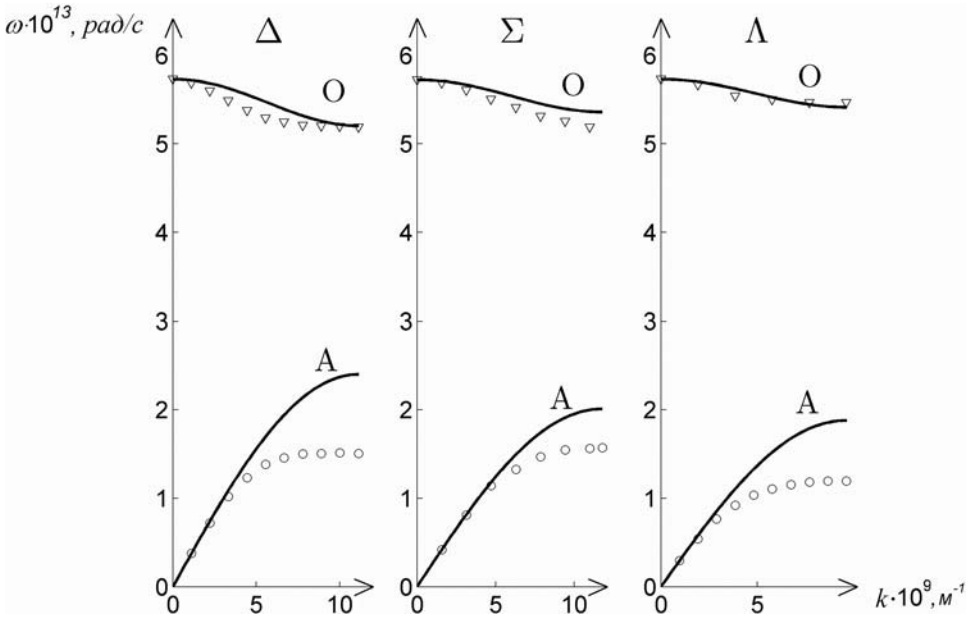


Рис. 5. Законы дисперсии для кристаллов германия, полученные экспериментально методом рассеяния медленных нейтронов («○» — акустические фононы, «▽» — оптические фононы), сплошные кривые соответствуют расчету, выполненному на основе идеализированной модели (3) и (5) в синусоидальном приближении

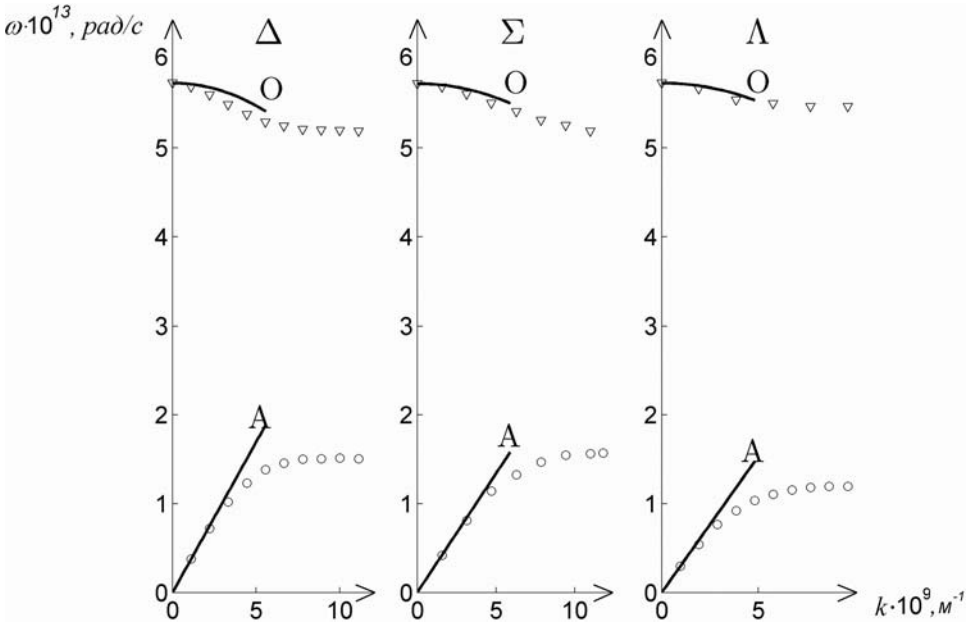


Рис. 6. Законы дисперсии для кристаллов германия, полученные экспериментально методом рассеяния медленных нейтронов («○» — акустические фононы, «▽» — оптические фононы), сплошные кривые соответствуют расчету, выполненному на основе континуального приближения по соотношениям (18) и (31), (линии проведены наполовину от длины зоны Бриллюэна в заданном направлении)

Аналогичное сопоставление проводилось авторами для дисперсионных кривых кристаллов германия по данным работы [12] (рис. 5, 6). При следующих параметрах: $S_{[100]} = 3391$ м/с, $S_{[111]} = 3067$ м/с, $S_{[110]} = 2678$ м/с, $\omega_0 = \omega(\Gamma_{25'}) = 5{,}73 \cdot 10^{13}$ рад/с, $a = 0{,}5651$ нм. На рис. 4 и 5 видно, что наблюдается удовлетворительное согласие теории (синусоидальное приближение) с экспериментом при использовании для обеих ветвей одного и того же параметра S, совпадающего со значением скорости звука в кристалле германия. В случае континуального приближения удовлетворительное согласие теории с экспериментом наблюдается лишь при малых значениях k, т. е. вблизи центра зоны Бриллюэна.

Выводы. Имеется удовлетворительное согласие между дисперсионными кривыми, рассчитанными по формулам синусоидального приближения, и экспериментальными данными во всей зоне Бриллюэна. Кривые, рассчитанные по формулам континуального приближения, удовлетворительно описывают дисперсионные кривые вблизи центра зоны Бриллюэна. Получены аналитические соотношения для зависимостей масс и квазиимпульсов фононов от скоростей их движения. На основе полученных результатов можно сделать вывод, что части-

цу в вакууме с формальной точки зрения можно рассматривать как квазичастицу в кристалле вблизи центра зоны Бриллюэна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Reissland J. A. The Physics of phonons // J. Willey and Sons. — New York. — 1975. — 365 p.
2. Dolling G., Cowley R. A. The thermodynamic and optical properties of germanium, silicon, diamond and gallium arsenide // Proc. Phys. Soc. — 1966. — Vol. 88. — No. 2. — P. 463–469.
3. Gorelik Vol. S. Dynamic of lattice models of media and physical vacuum // Physical Interpretations of Relativity Theory. Proceedings of International Scientific Meeting. — 2005. — P. 70.
4. Gorelik V. S. // Gravitation and Cosmology. — 2006. — Vol. 12, No. 2–3. — P. 151.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. I. — М.: Наука — Физматлит, 1995. — 208 с.;
6. Warren J. L., Yarnell J. L. Lattice Dynamics of Diamond // Phys. Rev. — 1967. — Vol. 158, No. 3. — P. 805–808.
7. Warren J. L., Wenzel R. G., Yarnell J. L. Inelastic Scattering of Neutrons // International Atomic Energy Agency, Vienna. — 1965. — Vol. 1. — p. 361–367.
8. Burkel E. Inelastic Scattering of X-Rays with Very High Energy Resolution // Springer Tracts in Modern Physics. — 1991. — Vol. 125–131.
9. Roll A., Burkel E. // HASYLAB Annual Report. — 1993. — P. 849–855.
10. Schwoerer-Bohning M., Macrander A. // Rev. Sci. Instrum. — 1998. — Vol. 69, No. 12. — P. 3109–3115.
11. Solin S. A., Ramdas A. K. Raman Spectrum of Diamond // Phys. Rev. B1. — 1970. — Vol. 4. — P. 1687–1698.
12. Nilsson G., Nelin G. Phonon Dispersion Relations in Ge at 80 °K // Phys. rev. B. — 1971. — Vol. 3, No. 2. — P. 364–369.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.12:531.18;53.082.5+537.87;520.2/.4;

В.О.Гладышев, П.С.Тиунов, А.Д.Леонтьев,
Т.М.Гладышева, А.А.Терешин, И.В.Фомин,
Е.А.Шарандин, А.В.Яворский

ПОИСК АНИЗОТРОПИИ ПРОСТРАНСТВА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА SADE

Экспериментально исследована анизотропия электромагнитного излучения в движущейся среде, а также зависимости эффекта Физо от направления в пространстве. Исследования проведены на экспериментальном стенде, позволяющем измерять угловые вариации положения интерференционной картины в интерферометре для определения зависимости скорости света в движущейся среде от скорости движения среды. Предложена математическая модель пересчета экспериментальных данных в галактические координаты с точностью не ниже 0,1°. Обсуждены проблемы стабильности длительных измерений, проблема точности оценки возможного отличия геометрии пространства-времени от геометрии Минковского. Полученные результаты подтверждают справедливость электродинамики движущихся сред в области скоростей движения среды до 30 м/с. Достигнутый уровень чувствительности может быть использован для поиска дипольной анизотропии пространства при проведении длительных измерений.

E-mail: vgladyshev@mail.ru

Ключевые слова: анизотропия пространства-времени, интерферометр, эффект Физо, распространение электромагнитного излучения, движущаяся среда.

В данной работе исследована оптическая анизотропия в движущейся среде, а также зависимости эффекта Физо от направления в пространстве. Эксперименты в этой области проводятся более 100 лет [1–5], но только современный уровень развития техники позволил перейти от оценок возможного отличия геометрии пространства-времени от геометрии Минковского к экспериментальной проверке гипотезы. О существовании такого отличия может свидетельствовать наличие зависимости процессов взаимодействия электромагнитного излучения с движущейся средой от пространственной ориентации. Авторы исследуют распространение электромагнитного излучения в движущихся средах на экспериментальном стенде, позволяющем измерять угловые вариации положения интерференционной картины в интерферометре для определения зависимости скорости света в движущейся среде от скорости движения среды. Точность определения положения интерференционных полос находится на уровне $2 \cdot 10^{-5}$ (в отн. ед.). Описание эксперимента SADE (space anisotropy detection experiment) приведено в работе [6], техника проведения измерений — в работах [7, 8].

Эксперимент проводится в течение длительного времени (сутки) при плавном изменении пространственной ориентации интерферометра с постоянной скоростью. В ходе эксперимента временные вариации во временном ряде следования интерференционных полос по апертуре фотодетектора пересчитываются в вариации положения интерференционных полос для различных моментов времени и пространственной ориентации интерферометра. Изменение усредненного значения положения интерференционных полос при изменении пространственной ориентации интерферометра можно интерпретировать как зависимость скорости света от скорости движения интерферометра.

Вращение интерферометра происходит в горизонтальной плоскости, и для обработки экспериментальных данных необходимо провести пересчет в астрономические координаты. В работе предложена математическая модель, позволяющая осуществлять пересчет экспериментальных данных в галактические координаты с точностью не ниже $0{,}1^\circ$. Для решения этой задачи необходима геодезическая привязка лаборатории, включая измерение местного отличия гравитационной вертикали от геометрической, а также высоты над поверхностью эллипсоида.

Полученная система уравнений позволяет численно реализовать процедуру пересчета измеренного сигнала из земной системы отсчета в галактическую. Показано, что число экспериментальных замеров, производимых в течение суток, достаточно для оценки оптической анизотропии.

Так как суточные измерения не полностью перекрывают звездную сферу, целесообразно проведение модельных численных экспериментов для определения оптимальных периодов для проведения серий измерений в течение года.

При проведении экспериментов оцивали вариации положения интерференционных полос в интерферометре с вращающейся оптически прозрачной средой. В качестве вращающейся среды выбран стеклянный диск. Для уменьшения вибраций оптический диск (ОД) (рис. 1), наклеен на вал электродвигателя, вращающийся с частотой $200\ldots450$ Гц. На диск нанесено зеркальное отражающее покрытие для увеличения оптического пути.

ОД размещен в кольцевой части интерферометра (рис. 2), в котором луч от стабилизированного лазера L проходит оптическую систему $OS1$, делится светоделительной пластинкой $BS2$ на два луча, которые, отразившись от зеркал $M1$ и $M2$, распространяются через вращающийся ОД в противоположных направлениях. Вследствие вращения у одного из лучей сдвиг фазы положительный, у друго луча —

Рис. 1. Вращающийся оптический диск

отрицательный. После того, как лучи снова встретятся на светоделительной пластинке $BS2$ и отразятся зеркалом $M3$, они проходят оптическую систему $OS2$ и регистрируются фотодетектором $PD2$. Светоделительная пластинка $BS1$ и фотодетектор $PD1$ необходимы для контроля мощности лазера.

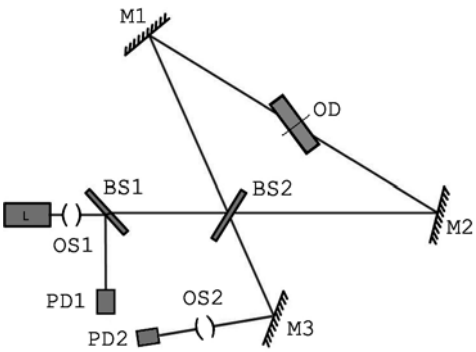


Рис. 2. Оптическая схема двухлучевого кольцевого интерферометра с вращающимся оптическим диском

Выделенным направлением чувствительности интерферометра можно считать направление проекции волнового вектора лазерного луча на плоскую поверхность ОД. Вращение Земли и поворот интерферометра в горизонтальной плоскости позволяют сканировать бóльшую часть звездной сферы за сутки.

Максимальная разность в показаниях данной схемы кольцевого двухлучевого интерферометра при наличии дипольной анизотропии пространства

$$\delta\Delta \approx 2\beta\Delta_{\Sigma}, \tag{1}$$

где Δ_Σ — суммарный сдвиг интерференционных полос вследствие классического эффекта Физо; β — относительная скорость в ИСО, где реликтовое излучение изотропно (параметр анизотропии), $\beta = V/c$.

Суммарный эффект Физо вследствие продольного и поперечного увлечения

$$\Delta_\Sigma^\pm = \left(1 \pm \hat{\alpha}\sqrt{R^2 - r^2}\right)\hat{\beta} r \sqrt{R^2 - r^2}. \qquad (2)$$

где ν — частота вращения ОД; $\hat{\alpha} = \dfrac{2}{Nd}\dfrac{n-1}{n}$, $\hat{\beta} = \dfrac{8\pi(n^2-1)\nu}{\lambda c}$; знак зависит от оптической схемы и юстировки интерферометра.

Для численной оценки используем параметры эксперимента: геометрические параметры ввода луча в ОД $R = \sqrt{2}r$, $r = 20{,}5$ мм, толщину ОД $d = 0{,}01$ м, число переотражений на зеркальных поверхностях ОД $N = 7$, показатель преломления ОД $n_2 = 1{,}7125$ (для стекла ТФ3), частоту вращения $\nu = 200$ Гц, длину волны света $\lambda = 0{,}632991$ мкм. При сравнении значений положения интерференционных полос при вращении ОД в прямом и обратном направлениях эффект удваевается, т. е. $2\Delta_\Sigma^- = 0{,}0325$.

Таким образом, максимальные вариации смещения полос в интерферометре при $\beta \cong 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ при повороте интерферометра могли бы иметь порядок $\delta\Delta = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ полосы без учета влияния дисперсии в движущейся среде. Заметим, что в известных экспериментах по регистрации движения в пространстве, не содержащих отдельных движущихся элементов, из-за компенсации различных эффектов суммарное смещение интерференционной картины строго равно нулю. Также следует обратить внимание на малую величину ожидаемого смещения полос, что создает проблемы для регистрации анизотропии.

Из сказанного, в частности, следует, что при регистрации анизотропии для большинства измерительных схем влияние анизотропии никогда не проявится, и в этом смысле геометрия окружающего мира останется прежней. Однако появится ряд измерительных процедур, в которых анизотропия будет иметь значение и это следует учитывать в математической модели преобразований пространства-времени. Другими словами, можно будет говорить об отличии геометрии пространства-времени от геометрии Минковского.

Интерферометр смонтирован на виброизолированном столе, на котором размещен поворотный оптический стол, управляемый от компьютера. Трехмерная компьютерная модель установки представлена на рис. 3. Для снижения влияния собственных вибраций интерферометр и электродвигатель размещены на различных массивных столах и имеют упругую многослойную развязку. В рабочем состоянии интерферометр помещают в термостабилизированный кожух с активной системой управления.

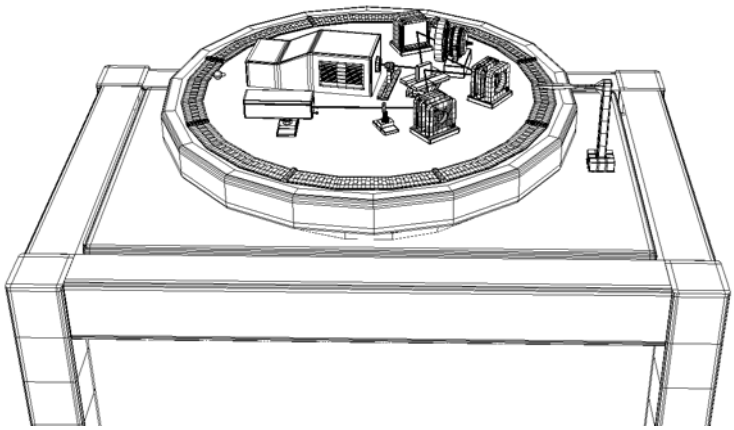


Рис. 3. Трехмерная компьютерная модель интерферометра

Для накопления больших массивов экспериментальных данных и уменьшения влияния оператора разработан создан программно-аппаратный комплекс удаленного управления оптико-электронным стендом для исследования эффекта Физо. С этой целью была использована система организации виртуальных защищенных сетей Hamachi на основе протокола UDP.

Управляющая аппаратура контролировала в среде LabView следующие элементы: лазер; систему охлаждения, содержащую блок питания, ячейки Пельтье, вентиляторы; блок питания шагового двигателя для управления вращением платформы; блоки питания фотодетекторов и термопары; генератор, управляющий вращением ОД. Функциональная схема установки приведена на рис. 4.

Для контроля помехозащищенности интерферометра предварительно провели измерения зависимости положения интерференционной картины от внешних факторов: температуры в лаборатории, поляризации лазерного излучения, воздушных потоков, внешних вибраций.

Изменение температуры внутри интерферометра может оказывать влияние на лазер, оптические элементы установки и, как следствие, на получаемые результаты измерений. Поэтому была создана система управления температурой в интерферометре на основе ячеек Пельтье.

На рис. 5 приведена зависимость изменения температуры T внутри интерферометра от времени t и от угла α поворота установки с отключенной системой управления. видно, что за сутки температура изменялась в диапазоне 1,2°. Зависимость имеет вид сглаженной кривой температуры в лаборатории с временным запаздыванием.

Изменение температуры внутри интерферометра за сутки с использованием системы управления. Точность управления равна 0,2°.

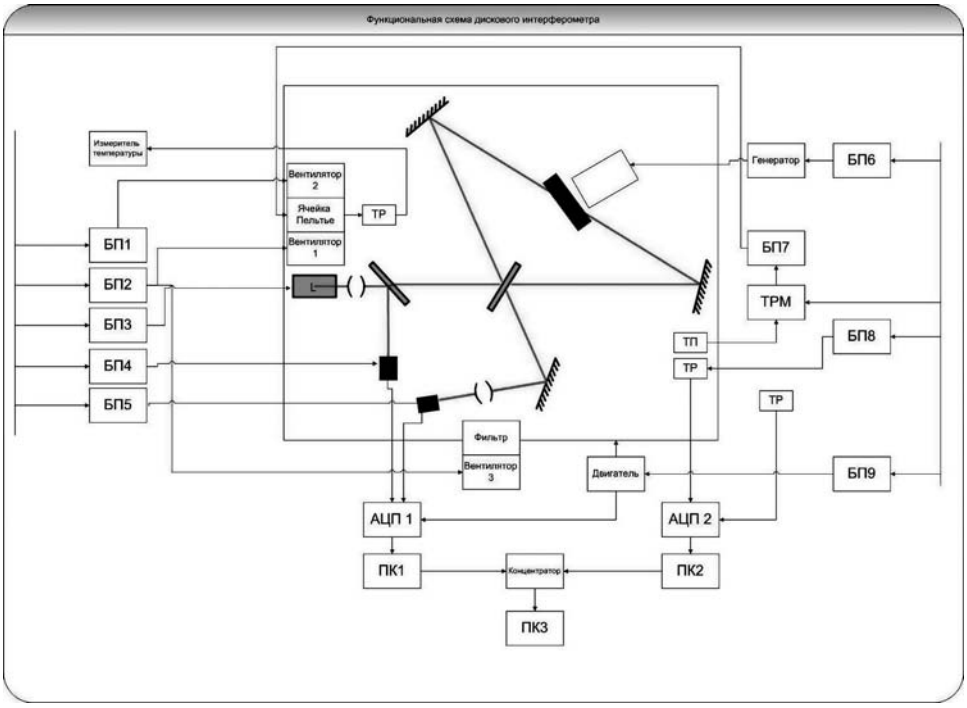


Рис. 4. Функциональная схема дискового интерферометра:
БП — блок питания; ТП — термопара; ТР — терморезистор; ПК — персональный компьютер; АЦП — аналого-цифровой преобразователь; ТРМ — система управления температурой в интерферометре с обратной связью

Видно, что за сутки температура внутри термостабилизированного кожуха менялась на $\pm 0{,}2^\circ$ от фиксированного значения в начальный момент управления, т. е. в пределах установленной точности управления.

Также исследовали влияние поляризации лазерного излучения на сигнал. Измерения ошибки, произведенные при трех разных положениях светофильтров лазера, позволили выбрать одночастотный режим на низкочастотной составляющей излучения с горизонтальным вектором поляризации.

Для определения влияния воздушных потоков внутри интерферометра на сигнал разработан дополнительный кожух, внутри которого распространялось излучение от лазера. Абсолютная ошибка измерения с использованием кожуха оказалась в среднем в 2 раза меньше, чем без использования кожуха. Это свидетельствует о том, что воздушные потоки, создаваемые вращающимся ОД, влияют на эквивалентный оптический ход лучей в интерферометре.

Для оценки влияния сейсмических воздействий на интерферометр, и соответственно на сигнал, проведен ряд экспериментов, в которых

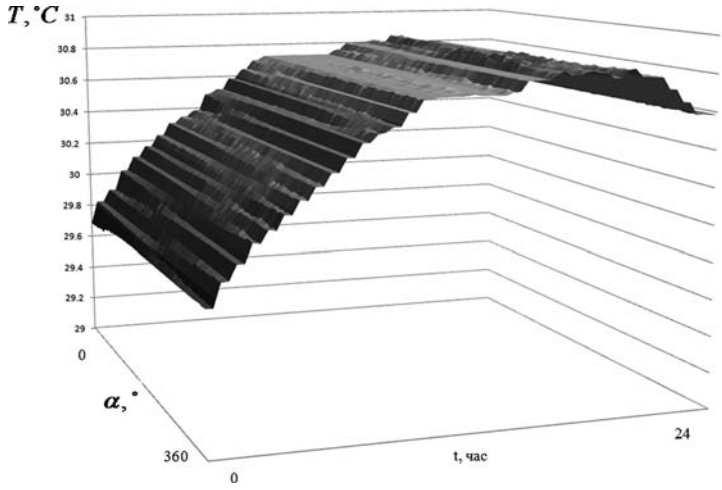


Рис. 5. Изменение температуры внутри интерферометра за сутки без управления термосистемой

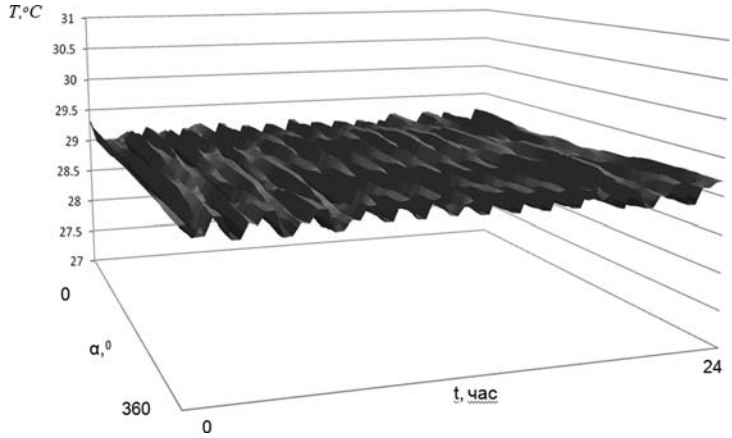


Рис. 6. Изменение температуры внутри интерферометра за сутки с управлением термосистемой

на интерферометр воздействовали с различной силой (например, шаги в помещении, колебания основания малой интенсивности, более интенсивные колебания). В результате обработки данных можно сделать вывод об увеличении ошибки измерений в 3 раза при ходьбе в лаборатории, в 4 раза при колебаниях основания малой интенсивности, в 5 раз при более интенсивных колебаниях.

Для контроля лазерного излучения, которое может влиять на получаемые результаты вследствие дрейфа мощности лазера за продолжительный период времени, создан отдельный канал контроля лазерного излучения. Анализ экспериментальных данных свидетельствует о том, что изменение напряжения на фотодиоде для контроля лазерного излучения имеет случайную и дрейфовую составляющие и не превыша-

ет 2 % при отключенной системе управления температурой. Вероятно, что этот дрейф связан с температурой в установке, и, как следствие, с изменением напряжения в измерительной цепи. С учетом того, что основные измерения в эксперименте временные, дрейф напряжения не должен влиять на результатах измерений.

Первичное преобразование сигналов осуществлялось АЦП National Instruments PCI-6024 при входном разрешении 12 разрядов и PCI-6132, имеющем частоту оцифровки сигнала 2,5 МГц при входном разрешении 14 разрядов на канал. На входы АЦП поступали сигналы от измерительного фотодетектора, фотодетектора (ФД) для контроля мощности излучения лазера и термодатчиков, измеряющих температуру внутри и снаружи интерферометра. Цифровая последовательность сигналов поступала в ПК и проходила дальнейшую обработку в среде LabVIEW.

Перед началом измерений интерферометр юстировался таким образом, чтобы за один оборот ОД по апертуре ФД проходили в горизонтальном направлении одна, две или три интерференционные полосы: в первую половину периода в одном направлении, во вторую — в другом. Измеряемой величиной являлся Δt — интервал времени между моментами прохождения выбранной интерференционной полосой апертуры ФД. Так как эта величина прямо зависит от периода вращения ОД, ее нормировали на период T. Таким образом, вариацию отношения $d\left(\dfrac{dt}{T}\right)$ можно рассматривать в качестве ошибки измерений.

На первом этапе эксперимента осуществлялась длительная запись сигнала ($24\ldots25$ ч) при фиксированных параметрах напряжения питания электродвигателя ОД. При этом частота вращения ОД оставалась стабильной — в пределах 0,5 Гц. Из обработки суточного массива данных следует, что в среднем отклонение сигнала находится на уровне 10^{-3}, а максимальная абсолютная ошибка измерений с накоплением 2 с, т. е. при ограниченной статистической обработке, на уровне $2\cdot10^{-5}$. Калибровка интерферометра рассмотрена в работе [9].

На рис. 7 представлена зависимость оценки абсолютной ошибки определения $\Delta t/T$ от времени.

Отношение S/N на протяжении суток находится на уровне, превышающем 10^{-4}, что подтверждает высокую стабильность измерений.

На втором этапе эксперимента изменялась частота вращения ОД. Сначала при фиксированном напряжении питания электродвигателя ОД проводилась запись в течении 1 мин, после чего изменялось напряжение питания электродвигателя с шагом 0,2 В. После переходного

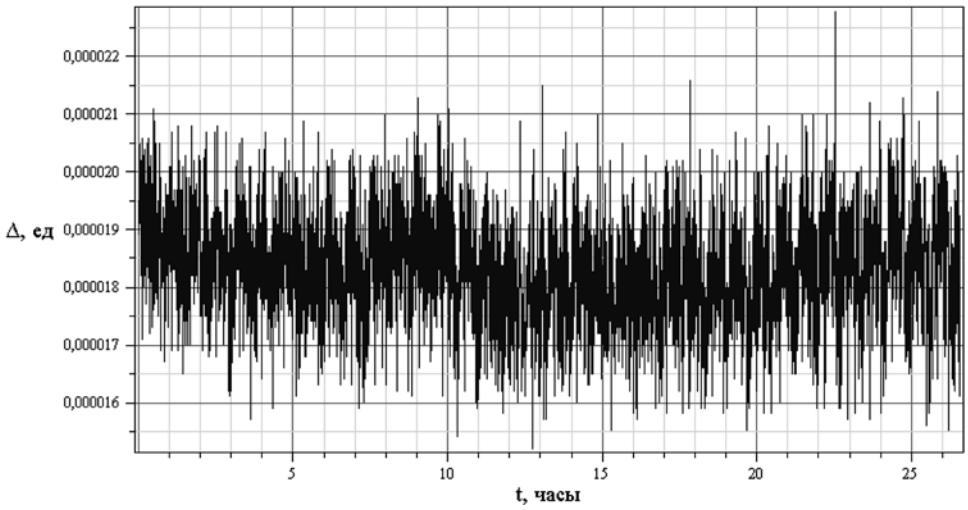


Рис. 7. Зависимость оценки абсолютной ошибки определения $\Delta t/T$ от времени t при фиксированной частоте вращения ОД

процесса проводилась очередная запись сигнала и т. д. Пределы изменения частоты вращения обусловлены небольшим изменением формы временного сигнала и необходимостью изменения окна фильтра, что вносит добавочный вклад в сигнал и приводит к искажению зависимости смещения интерференционных полос от скорости движения среды. Эта проблема решена путем использования метода обработки сигнала на основе известной аналитической формы временного сигнала.

Пусть интерферометр настроен таким образом, что среднее положение ФД в плоскости интерференционной картины характеризуется координатой x_n (рис. 8, *a*). Полосы равной толщины смещаются относительно этого положения вправо и влево с амплитудой A_0 и частотой ω.

Временная зависимость сигнала с компактного безинерционного фотодетектора в плоскости $PD2$ имеет вид, аналогичный временной зависимости интенсивности на апертуре $PD2$ (рис. 8, *b*):

$$U(t) = \frac{1}{2}\big[U_0 + U_T + (U_0 - U_T)\cos\big(\Omega(x_n + A_0\cos\omega t) + \delta\big)\big], \qquad (3)$$

где U_0, U_T — напряжение на $PD2$, соответствующее максимуму и минимуму интенсивности интерференционных полос; x_n — настройка интерферометра; Ω — пространственная частота полос, $\Omega = 2\pi/x_{\text{р}}$; $x_{\text{р}}$ — ширина полосы, δ — относительный сдвиг интерференционной картины, вызванный эффектом увлечения света, рад, $\delta = \Omega\Delta x = \dfrac{2\pi\Delta x}{x_{\text{р}}}$.

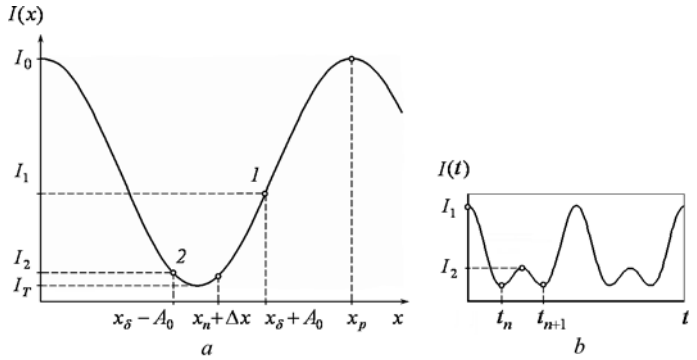


Рис. 8. Зависимость интенсивности интерференционной полосы от координаты $I(x)$ a и интенсивности на фотодетекторе от времени $I(t)$ b

Восстановление параметров сигнала получено при помощи разложения Якоби — Энджера, что позволяет разложить зависимость (3) в ряд Фурье и проводить оптимизацию в частотном пространстве вместо временного. Данное разложение можно представить в виде

$$e^{iz\cos\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(z) e^{in\theta}; \tag{4}$$

$$e^{iz\sin\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\theta}. \tag{5}$$

Чтобы воспользоваться соотношениями (4) и (5), необходимо выполнить подстановку $\omega t = x$. Выражение (3) можно записать в виде

$$f(x) = \cos(\Omega\cos(x+\varphi)+\delta). \tag{6}$$

Тогда, подставляя соотношения (4) и (5) в выражение (6), получаем

$$f(x) = \frac{1}{2}\, e^{i\delta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\Omega\cos\varphi) e^{inx} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(-\Omega\sin\varphi) e^{inx} + \\ + \frac{1}{2}\, e^{-i\delta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(-\Omega\cos\varphi) e^{inx} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Omega\sin\varphi) e^{inx}. \tag{7}$$

Выполнив преобразование Фурье над экспериментальным сигналом, возможно решить задачу оптимизации и найти значение параметров δ, Ω и φ, применяя выражение (7) для конкретного периода. Для этого необходимо найти период вращения ОД и выполнить дискретное преобразование Фурье сигнала с фотодетектора за один период

$$U_k = \sum_{n=0}^{N-1} u_n \exp\left(-\frac{2\pi i}{N}\, kn\right), \tag{8}$$

где u_n — n-й нормированный отсчет одного периода измеряемого напряжения на фотодетекторе, изменяющийся в пределах $-1 \ldots 1$; U_k — k-й кооэффициент разложения сигнала на фотодетекторе в ряд Фурье; N — число отсчетов в периоде.

С помощью соотношения (8) определим коэффициенты раложения функции (6) в ряд Фурье

$$F_k(\delta, \Omega, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} =$$

$$= \frac{1}{2} e^{i\delta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\Omega \cos\varphi) J_{k-n}(-\Omega \sin\varphi) +$$

$$+ \frac{1}{2} e^{-i\delta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(-\Omega \cos\varphi) J_{k-n}(\Omega \sin\varphi). \quad (9)$$

На основании метода наименьших квадратов определим функцию невязки как:

$$E(\delta, \Omega, \varphi) = \sum_{-\infty}^{\infty} \big(U_k - F_k(\delta, \Omega, \varphi)\big) \overline{\big(U_k - F_k(\delta, \Omega, \varphi)\big)}. \quad (10)$$

Задача оптимизации сводится к поиску минимума функции (10). Пример результата решения задачи оптимизации можно видеть на рис. 9. В качестве примера взята запись не высокого качества с низким отношением S/N для того, чтобы проверить устойчивость работы обработчика. Тестирование обработчика позволило подтвердить высокие точность и скорость обработки больших массивов данных.

Разработанный метод можно применять к любым оптическим системам, в которых имеются движущиеся по гармоническому закону элементы. Данный метод позволяет заменить пространственные измерения сдвига интерференционных полос на временные. Поскольку разрешение временных измерений современных измерительных инструментов в настоящее время значительно превышает пространственные, измерения с помощью данного метода могут оказаться экономически более выгодными, чем классические пространственные измерения. Так при наличии движущихся элементов в оптической системе данный метод может являться единственным практически применимым методом.

По восстановленной форме сигнала определяли моменты $t_n^{\pm}$, $t_{n+1}^{\pm}$ и $\Delta t^{\pm} = t_{n+1}^{\pm} - t_n^{\pm}$.

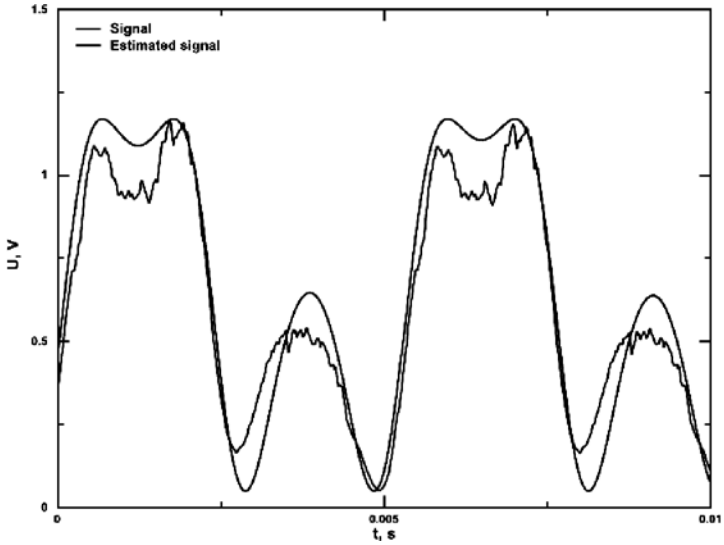


Рис. 9. Пример результата решения задачи оптимизации методом Якоби — Энджера

Расчет пространственного смещения интерференционных полос проведен по формуле

$$\Delta\tilde{x}_{\Sigma}^{\pm} = \frac{1}{2} - \tilde{x}_n + \tilde{A}_0 \sin\left(\frac{\pi\Delta t^{\pm}}{T}\right), \tag{11}$$

где $\Delta\tilde{x}_{\Sigma}^{\pm} = \dfrac{\Delta x_{\Sigma}^{\pm}}{x_p}$; $\tilde{x}_n = \dfrac{x_n}{x_p}$; $\tilde{A}_0 = \dfrac{A_0}{x_p}$; Δx_{Σ} — абсолютный сдвиг интерференционной картины; x_p — ширина полосы. Знак указывает направление вращения по часовой стрелке или наоборот. Интервал $\Delta t^{\pm} = t_{n+1}^{\pm} - t_n^{\pm}$ зависит от скорости вращения ОД.

При постоянной скорости вращения ОД величины $\Delta t^{\pm}$ и Δx_{Σ} должны быть постоянными. Однако если при изменении ориентации интерферометра будет происходить смещение интерференционных полос, это приведет к изменению значений измеренного времени $\Delta t^{\pm}$.

Относительное смещение интерференционных полос связано с вариациями времени следования полос

$$d\tilde{\Delta}_{\Sigma}^{\pm} = \frac{\pi\tilde{d}}{2}\, d\left(\frac{\Delta t^{\pm}}{T}\right), \tag{12}$$

где $\tilde{d}$ — параметр настройки, $\tilde{d} = \sqrt{4\tilde{A}_0^2 - (2\tilde{x}_{\delta} - 1 + 2\tilde{\Delta}_{\Sigma}^{\pm})^2}$.

Полагая, что в различных сериях экспериментов наблюдался шум $d\left(\dfrac{\Delta t}{T}\right) = (1\ldots7)\cdot 10^{-4}$, можно сделать заключение, что в лучшем

эксперименте при $d\left(\dfrac{\Delta t}{T}\right) = 10^{-4}$ и настройке $\tilde{d} = 10^{-1}$ можно было обнаружить смещение полос $d\Delta = 3 \cdot 10^{-5}$. Анализ проведенных записей показал, что временные вариации $\delta\Delta$ суточной записи находились на этом уровне. С одной стороны, это значение можно использовать как оценку достигнутой точности, а с другой — как верхний предел на возможное лабораторное проявление анизотропии пространства.

В работе экспериментально получены зависимости отношения измеренного времени Δt прохождения интерференционной полосы по апертуре ФД к периоду вращения T от частоты вращения ОД ν при прямом и обратном направлениях вращения (рис. 10).

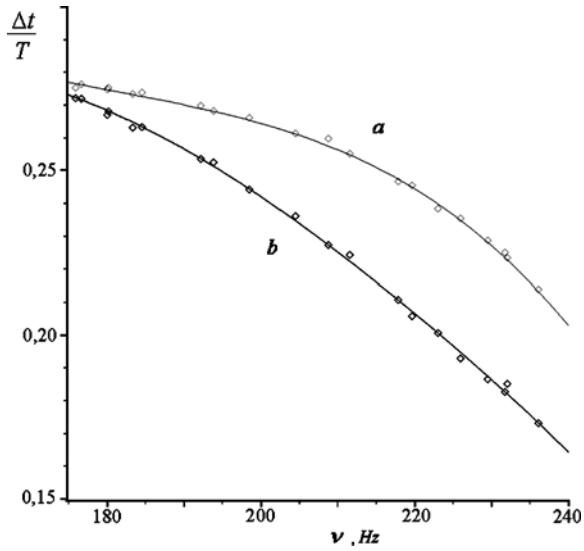


Рис. 10. Зависимость отношения измеренного времени Δt прохождения интерференционной полосы по апертуре ФД к периоду вращения T от частоты вращения ν ОД при прямом a и обратном b направлениях вращения

На рис. 11 представлен результат пересчета временной зависимости $\dfrac{\Delta t}{T}$ от частоты вращения ν в зависимость пространственного смещения полос Δ_Σ от частоты вращения ОД для прямого и обратного направлений вращения ОД. Наклон прямых имеет разные значения, но один знак, что объясняется одинаковым вкладом эффекта упругой деформации при любом направлении вращения ОД. Разность значений $\Delta_\Sigma(\nu) - \Delta_\Sigma(-\nu)$, полученных при прямом и обратном вращении ОД, для каждой частоты на этих кривых представляет собой экспериментальную зависимость удвоенного значения эффекта увлечения света от частоты вращения ОД.

Теоретическая оценка дает зависимость $\Delta_\Sigma^{\text{теор}} = 1{,}34 \cdot 10^{-4} \cdot \nu$. Экспериментально также получена линейная зависимость от частоты

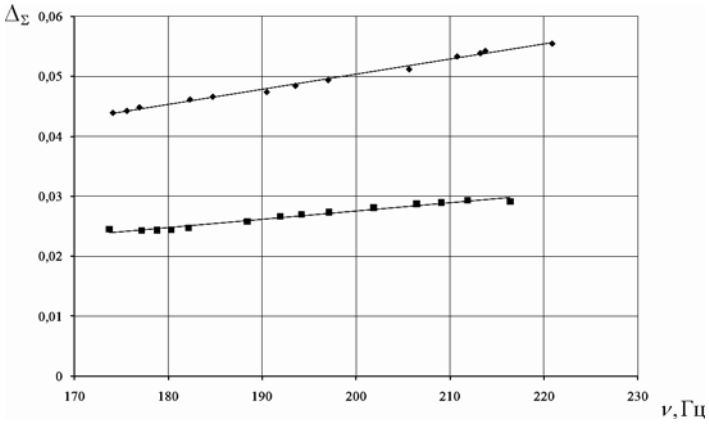


Рис. 11. Зависимость измеренного смещения Δ_Σ интерференционных полос по апертуре ФД от частоты вращения ν при прямом (верхняя кривая) и обратном (нижняя кривая) направлениях вращения ОД

вращения ОД $\Delta_\Sigma^{\text{эксп}} = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot \nu$, что подтверждает выводы современной электродинамики движущихся сред. Расхождение коэффициентов пропорциональности, равное 10 %, можно объяснить тем, что расчетное значение r при юстировке интерферометра не было точно выдержано. Также отклонение расчетного значения эффекта увлечения света от наблюдаемого можно объяснить особенностью фильтрации сигнала. Запись сигнала проводили при фиксированной частоте дискретизации АЦП, поэтому при изменении частоты вращения ОД изменяется число точек, попадающих на один период сигнала, что приводит к систематической ошибке.

Таким образом, приведенные результаты подтверждают линейный закон эффекта увлечения света от скорости среды, более того, численные оценки зависимости смещения интерференционных полос от частоты вращения ОД с достаточно высокой точностью подтверждают полученные экспериментальные данные. Так как соответствие теоретического прогноза и результатов эксперимента основано на использовании процедуры калибровки, можно сделать вывод об адекватности математической модели физического канала данных.

На следующем этапе эксперимента выбирали частоту вращения ОД с наименьшей ошибкой и проводили длительные измерения положения интерференционных полос на этой фиксированной частоте при одновременном изменении пространственной ориентации интерферометра. При обработке использовали частоту дискретизации 100 кГц, время накопления сигнала соответствовало 16 с. За один оборот на 360° за 20 мин в результате обработки получали 72 усредненных значения положения интерференционных полос. Затем осуществлялся поворот в противоположную сторону. В итоге за сутки накап-

ливалось 5184 значения, которые накладывались на плоскую карту размером 72×72.

На следующем этапе пересчитывали карты значений в галактические координаты, чтобы можно было сравнивать полученное распределение с известными результатами.

Результат обработки эксперимента представлен в галактических координатах на рис. 12. Для построения рисунка использована проекция Мольвейде. Так как эксперимент заключался в измерении сигнала (эффекта Физо) в заданном направлении, каждая точка на рисунке — это одно измерение в заданном направлении, цвет — значение сигнала по заданному направлению. Установка вращается в горизонтальной плоскости и, следовательно, сканирует только направления в плоскости горизонта. Сама установка находится в Москве (в МГТУ им. Н. Э. Баумана). На карте анизотропии нанесен один из полюсов диполя анизотропии реликтового излучения в галактических координатах: $l = 264{,}26^\circ$ и $b = 48{,}22^\circ$.

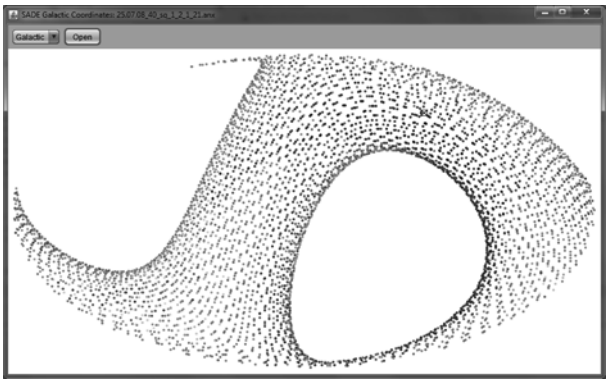


Рис. 12. Зависимость пространственного смещения интерференционных полос в галактических координатах

Из сравнения положения диполя и распределения результатов эксперимента можно сделать заключение о качественном совпадении направлений. Другими словами, в тестовом эксперименте обнаружены вариации сигнала, которые нельзя объяснить вариациями температуры, частоты вращения ОД, мощности излучения лазера. Вариации имеют характер дипольных, но точность проведения эксперимента не позволяет утверждать об этом с необходимой степенью достоверности. Для дальнейшего анализа целесообразно увеличение отношения сигнал/шум и накопление экспериментальных данных для статистической обработки.

В заключение следует отметить, что развиваемый авторами метод проведения эксперимента и его обработка позволяют с высокой степе-

нью точности исследовать трехмерные эффекты взаимодействия электромагнитного излучения с вращающейся оптически прозрачной средой в видимом диапазоне спектра. Полученные результаты подтверждают справедливость электродинамики движущихся сред в области скоростей движения среды до 30 м/с. Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что достигнутый уровень чувствительности вполне может позволить сделать заключение о наличии или отсутствии дипольной анизотропии пространства при обеспечении хорошей помехозащищенности установки и проведении длительных измерений, что должно быть достигнуто на следующем этапе эксперимента SADE.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fizeau H. (1859/1971). Hypotheses on luminous ether // Ann. de Chim. et de Phys. 57: 385–404. (NASA technical translation).
2. Michelson A. A., Morley E. W. (1886). Influence of Motion of the Medium on the Velocity of Light // Am. J. Science 31: 377–386
3. Zeeman Pieter (1914). Fresnel's coefficient for light of different colours. (First part) // Proc. Kon. Acad. Van Weten. 17: 445–451.
4. Zeeman Pieter (1915). Fresnel's coefficient for light of different colours. (Second part) // Proc. Kon. Acad. Van Weten. 18: 398–408.
5. Laue Max von (1907). The Entrainment of Light by Moving Bodies According to the Principle of Relativity // Annalen der Physik 23: 989–990.
6. http://www.space-lab.ru/.
7. Гладышев В. О., Гладышева Т. М., Дашко М. и др. Первые результаты измерения зависимости пространственного увлечения света во вращающейся среде от скорости вращения // Письма в ЖТФ, 2007. Т.33, №21, с. 17–24.
8. Гладышев В. О., Гладышева Т. М., Дашко М. и др. Анизотропия пространства скоростей электромагнитного излучения в движущихся средах // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. — 2006. — Т. 3, № 2(6). — С. 173–187.
9. Gladyshev V. O., Sharandin E. A., Gladysheva T. M. et al. Interference optical experiments for finding space anisotropy // Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of XV International Meeting. — Moscow: BMSTU, 2009. — P. 215–223.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 525.361;539.12:53.08+53.082.5

В.С.Горелик, Г.Н.Измайлов

ВЫНУЖДЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ КОНВЕРСИИ ФОТОНОВ В ПСЕВДОСКАЛЯРНЫЕ БОЗОНЫ В ФИЗИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ И В МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕДАХ

Установлены условия перехода от процессов спонтанной конверсии фотонов в аксионы к вынужденным процессам в физическом вакууме и в материальных средах. Проанализированы условия наблюдения процессов реконверсии аксионов в фотоны в экспериментах типа Light Shining Through Wall, выполняемых в последние годы. Показано, что интенсивность вторичного светового излучения, возникающего в результате процесса «конверсии — реконверсии», может быть существенно увеличена при переходе от спонтанного излучения к вынужденному при использовании в качестве источников возбуждающего излучения интенсивных ($\sim 10^{12}$ *Вт/см*^{2}*) сверхкоротких (*~ 100 *пс) лазерных импульсов видимого (*$0{,}5$ *мкм) или ультрафиолетового (*$0{,}25$ *мкм) диапазона.*

E-mail: gorelik@sci.lebedev.ru, izmailov@mail.ru

Ключевые слова: конверсия, аксионы, парафотоны, лазер, резонатор, импульс, генерация, стимулированный процесс, спонтанное излучение.

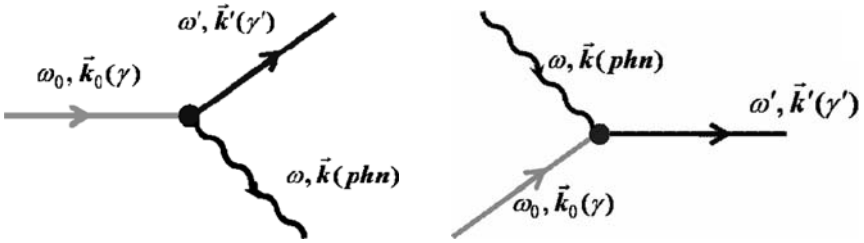
В последние годы обсуждается возможность существования в физическом вакууме элементарных частиц, чрезвычайно слабо взаимодействующих с материальными средами и имеющих очень малую массу покоя — $10^{-3}\ldots10^{-6}$ эВ. Такие частицы известны как WISP (Weak Interacting Sub-eV Particles), или низкоэнергетические скалярные и псевдоскалярные бозоны. Скалярные бозоны физического вакуума известны также как парафотоны, темные фотоны или hidden photons — хитоны [1–5]. Низкоэнергетические бозоны слабо взаимодействуют с материальными средами и рассматриваются как частицы «темной материи». В последние годы выполняются экспериментальные работы по созданию установок для обнаружения хитонов и псевдоскалярных бозонов (аксионов) в лаборатории [6–9]. В частности, в этих работах предлагается использовать эффект конверсии фотонов в аксионы (ФАК) в том случае, когда в области распространения интенсивного лазерного излучения присутствует сильное статическое магнитное поле с индукцией $\vec{B}_0$, перпендикулярной к направлению распространения лазерного луча. Для обнаружения возникающих при этом аксионов предполагается использовать обратный процесс — реконверсию аксионов в фотоны (АФР) в сильном статическом магнитном поле. Как показали первые эксперименты, вероятность спонтанного процесса фотон-аксионной конверсии и обратного процесса аксион-фотонной реконверсии чрезвычайно мала, что препятствует

надежному обнаружению вторичного излучения в экспериментах типа Light Shining Through Wall (прохождение света сквозь стенку).

В данной работе анализируется возможность повышения эффективности указанных процессов в лабораторных условиях за счет перехода от спонтанной конверсии к вынужденной, аналогичной процессу вынужденного комбинационного рассеяния света в материальных средах.

Для реализации процессов стимулированного конверсионного излучения предлагается использовать в качестве источника первичного (возбуждающего) излучения *сверхкороткие лазерные импульсы*, характеризующиеся высокой пиковой мощностью.

Процессы ФАК и АФР можно рассматривать как аналогичные процессам комбинационного рассеяния (КР) света в кристаллах [10] На рис. 1 представлены диаграммы элементарных процессов стоксова и антистоксова КР в кристаллах.



а *б*

Рис. 1. Элементарные процессы КР:
а — стоксов процесс; *б* — антистоксов процесс

В первом случае в каждом элементарном процессе КР происходит распад кванта света (фотона) с энергией $E_0 = \hbar\omega_0$ и квазимпульсом $p_0 = \hbar k_0$ на другой фотон с энергией $E' = \hbar\omega'$ и квазимпульсом $p' = \hbar k'$ и квазичастицу кристалла — оптический фонон с энергией $E = \hbar\omega$ и квазимпульсом $p = \hbar k$.

При этом энергия фотона, возникающего в результате акта неупругого рассеяния, уменьшается. Во втором случае (антистоксов процесс) происходит неупругое «столкновение» фотона с фононом, в результате которого возникает фотон с большей энергией. В элементарных процессах стоксова и антистоксова КР выполняются законы сохранения энергии и импульса (квазиимпульса). В частности, для стоксова КР

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega' + \hbar\omega; \quad \hbar\vec{k}_0 = \hbar\vec{k}' + \hbar\vec{k}, \tag{1}$$

где $\hbar\omega_0$, $\hbar\omega'$, $\hbar\omega$ — энергии фотонов возбуждающего излучения, рассеянного излучения и оптических фононов кристалла соответственно; $\hbar\vec{k}_0$, $\hbar\vec{k}'$, $\hbar\vec{k}$ — соответствующие импульсы (квазиимпульсы).

В случае антистоксова КР (рис. 1, *б*) законы сохранения для элементарного акта рассеяния имеют вид

$$\hbar\omega_0 + \hbar\omega = \hbar\omega'; \quad \hbar\vec{k}_0 + \hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}'. \tag{2}$$

При конверсии фотонов в аксионы во внешнем переменном магнитном в элементарном процессе (рис. 2, *а*) возможен стоксов процесс распада фотона возбуждающего излучения на аксион и квант внешнего магнитного поля, а также соответствующий антистоксов процесс. При этом происходит «столкновение» фотона возбуждающего излучения с квантом внешнего магнитного поля, в результате чего возникает аксион — низкоэнергетический псевдоскалярный бозон (см. рис. 1).

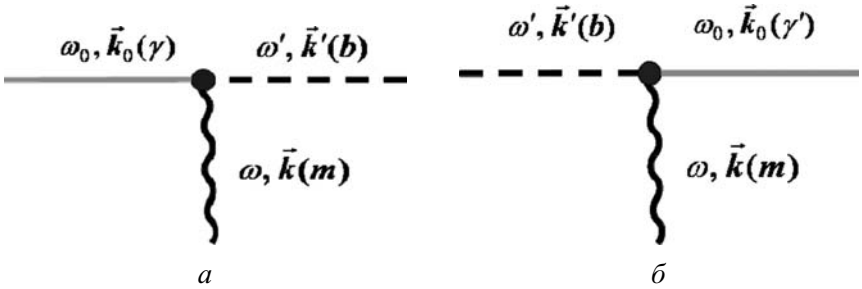


Рис. 2. Диаграммы процессов конверсии (*а*) фотонов в аксионы и реконверсии (*б*) аксионов в фотоны

Для стоксова и антистоксова процессов ФАК законы сохранения соответственно принимают вид

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega' + \hbar\omega; \quad \hbar\vec{k}_0(\gamma) = \hbar\vec{k}'(b) + \hbar\vec{k}(m) \tag{3}$$

$$\hbar\omega_0 + \hbar\omega = \hbar\omega''; \quad \hbar\vec{k}_0(\gamma) + \hbar\vec{k}(m) = \hbar\vec{k}''(b) \tag{4}$$

Для стоксова и антистоксова процессов АФР

$$\hbar\omega'' = \hbar\omega_0 + \hbar\omega; \quad \hbar\vec{k}''(b) = \hbar\vec{k}_0(\gamma) + \hbar\vec{k}(m); \tag{5}$$

$$\hbar\omega' = \hbar\omega_0 + \hbar\omega; \quad \hbar\vec{k}'(b) = \hbar\vec{k}_0(\gamma) + \hbar\vec{k}(m). \tag{6}$$

Если внешнее магнитное поле является постоянным, то соотношения (3)–(6) упрощаются:

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega'; \quad \hbar\vec{k}_0(\gamma) = \hbar\vec{k}'(b); \tag{7}$$

$$\hbar\omega' = \hbar\omega_0; \quad \hbar\vec{k}'(\gamma) = \hbar\vec{k}_0(b). \tag{8}$$

При этом возможен также обратный процесс — реконверсия аксионов в фотоны (рис. 2, *а*).

Таким образом, приходим к выводу о том, что процессы ФАК и АФР в магнитном поле аналогичны процессам стоксова и антистоксова КР в кристаллах, сопровождающимся рождением или уничтожением оптических фононов.

Принципиальные схемы установок [4, 9], использовавшиеся ранее для генерации и детектирования псевдоскалярных частиц в магнитном поле, представлены на рис. 3 и 4. В этих установках излучение от мощного лазера направляется в вакуумную трубу длиной $\sim$ 1 м. Излучение этого лазера было поляризовано вдоль оси Y и характеризовалось длиной волны генерации 1,06 или 0,53 мкм при средней мощности генерации 10 Вт. Вакуумную трубу помещали в сильное магнитное поле с индукцией $B_0 \sim 10$ Тл. Направление вектора индукции магнитного поля совпадало с направлением вектора поляризации лазерного электромагнитного излучения (ось Y), а направление распространения лазерного излучения соответвовал оси Z (см. рис. 1 и 2). Схемы на рис. 3 и 4 различаются тем, что во втором случае используют два резонатора 6, повышающих эффективность рассматриваемых процессов. На пути светового пучка устанавливали непрозрачную стенку в виде металлической пластины.

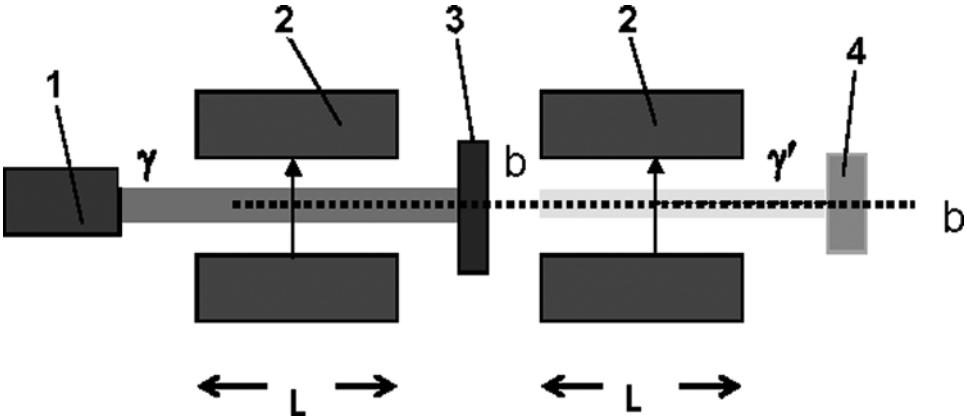


Рис. 3. Принципиальная схема установки [4] для наблюдения эффекта конверсии фотонов лазерного излучения в псевдоскалярные бозоны $\gamma \to b$ (аксионы) и обратного процесса — реконверсии — $b \to \gamma'$ без использования резонаторов:

1 — источник лазерного излучения; 2 — соленоиды; 3 — непрозрачная стенка; 4 — приемник вторичного излучения

В соответствии с развитой к настоящему времени теорией [4–9] полагается, что в сильном магнитном поле должны происходить процессы конверсии квантов света γ исходного электромагнитного поля в псевдоскалярные бозоны — аксионы b. Аксионы, как слабо взаимодействующие с материальной средой частицы, могут проникать сквозь непрозрачную стенку. При попадании аксионов в сильное магнитное поле после стенки могут происходить процессы реконверсии, в результате которых аксионы преобразуются в фотоны вторичного излучения γ', характеризующиеся той же частотой, что и возбуждающие

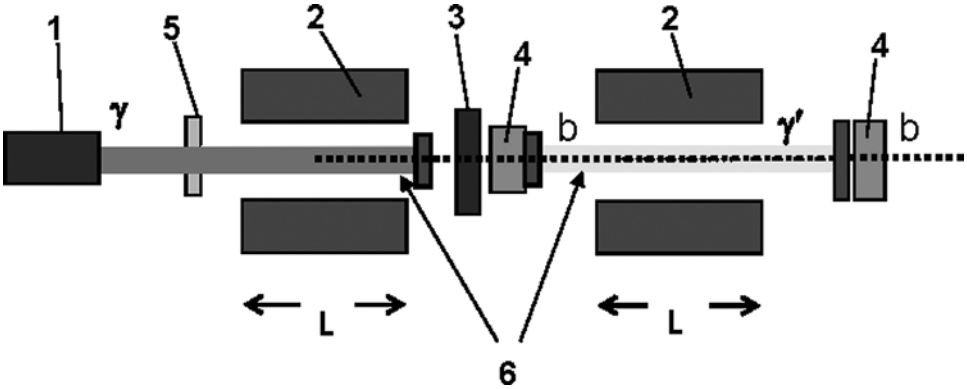


Рис. 4. Принципиальная схема установки [9] для наблюдения эффекта эффекта конверсии фотонов лазерного излучения в псевдоскалярные бозоны $\gamma \to b$ (аксионы) и обратного процесса — реконверсии — $b \to \gamma'$ с использованием резонаторов:

1–3 — то же, что и на рис. 3; 4 — приемники вторичного излучения; 5 — полупрозрачное зеркало резонатора; 6 — резонаторы (интерферометры Фабри — Перо)

фотоны γ. Эффективность процесса конверсии аксионов должна возрастать при использовании резонатора типа Фабри — Перо (см. рис. 4) за счет многократного отражения лазерного луча от зеркал резонатора.

Для регистрации возникающих в результате реконверсии фотонов использовали высокочувствительные детекторы на выходах второго резонатора. При этом регистрируемый сигнал находился на пределе чувствительности современных фотоприемников. В литературе эффект конверсии фотонов в аксионы, прохождения аксионов через непрозрачную стенку и обратного процесса — реконверсии аксионов в фотоны — получил название Light Shining Through Wall [6–9].

Остановимся сначала на теории перехода от режима спонтанного комбинационного рассеяния к вынужденному.

Если в поле рассеянного излучения в кристалле, активного для КР, присутствует n_s квантов света КР на одну моду электромагнитного поля и m_i оптических фононов, разрешенных правилами отбора для КР, на одну моду фононного поля, то полная вероятность $W^{(s)}_{n_s+1;m_i+1}$ стоксова КР в таком кристалле (скорость протекания процесса, измеряемая в 1/с) может быть записана в виде [11–13]:

$$W^{(s)}_{n_s+1,m_i+1} = (n_s+1)(m_i+1)W^{(s)}_i = (n_s+1)W^{(s)}_{sp}. \qquad (9)$$

Здесь вводится величина $W^{(s)}_{sp} = (m_i+1)W^{(s)}_i$, характеризующая вероятность спонтанного КР.

При возрастании интенсивности накачки одна из оптических мод кристалла, активных для КР (как правило, соответствующая наиболее интенсивной линии спонтанного КР), характеризуется переходом

от режима спонтанного к стимулированному (вынужденному) КР — ВКР. Соотношение между вероятностями (в 1/с) для ВКР $W_{st}^{(s)}$ и спонтанного КР $W_{sp}^{(s)}$согласно (1) имеет вид

$$W_{st}^{(s)} = n_s W_{sp}^{(s)}. \tag{10}$$

В итоге для интенсивности ВКР получаем

$$I_{st}^{(s)} = n_s I_{sp}^{s}, \tag{11}$$

где I_{sp}^{s} — интенсивность спонтанного стоксова процесса КР.

При достаточно высокой интенсивности накачки, превышающей порог возникновения ВКР, для интенсивности ВКР имеет место соотношение

$$I_{st}^{(s)} = I_{sp}^{(s)}(0)\exp(gI_0 z). \tag{12}$$

Характерные значения коэффициента g в ВКР-кристаллах составляют $\sim$ 0,01 см/МВт. При этом на длине кристалла $\sim$ 1 см при плотности мощности накачки $I_0 \sim 10^8$ Вт/см^2 для интенсивности ВКР имеет место:

$$I_{st}^{(s)} = (0{,}1\ldots 0{,}01)I_0. \tag{13}$$

Таким образом, на выходе из кристалла интенсивность ВКР аномально возрастает и становится сравнимой с интенсивностью накачки. При этом величина n_s становится сравнимой с величиной n_0 (числом квантов света на одну моду поля возбуждающего излучения) — и составляет, например, для сверхкоротких (10^{-10} с) интенсивных ($I = 10^{12}$ Вт/см^2) импульсов твердотельного лазера видимого диапазона (0,5 мкм) $n_0 \sim 10^{14}$.

Перейдем теперь к описанию ФАК в физическом вакууме. На первом этапе остановимся на рассмотрении спонтанных процессов. В соответствии с известной теорией [6–9], представим плотность лагранжиана рассматриваемой системы в виде суммы плотности лагранжиана электромагнитного поля, плотности лагранжиана поля φ_a аксионов, а также слагаемого, учитывающего взаимодействие этих полей.

Плотность лагранжиана поля, записанная с учетом взаимодействия электромагнитного поля с полем псевдоскалярных бозонов, имеет вид

$$\mathcal{I} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi_a\partial^\mu\varphi_a - m_a^2\varphi_a^2) - \frac{1}{2}g\varphi_a F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}. \tag{14}$$

Здесь $F_{\mu\nu}$, $F^{\mu\nu}$ — тензоры электромагнитного поля; $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F^{\lambda\rho}$; φ_a — волновая функция псевдоскалярного поля; g — соответствующая константа взаимодействия полей.

В дальнейшем будем использовать систему единиц, для которой фундаментальные постоянные c и $\hbar$ равны единице.

Исходя из выражения для плотности лагранжиана в форме (14), уравнения движения для соответствующих полей получаем в виде

$$\partial_\mu F_{\mu\nu} = g\partial_\mu(\varphi_a \tilde{F}^{\mu\nu}); \quad (\partial_\mu \partial^\mu + m_a)\varphi_a = gB_0 E. \tag{15}$$

Решение (15) для псевдоскалярного поля φ_a имеет вид:

$$\varphi_a^{\pm}(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \int d^3\, r' \, \frac{1}{4\pi} \, \frac{\exp\bigl(\pm i\vec{k}_a(\vec{r} - \vec{r}')\bigr)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \, g\vec{B}_0 \vec{E}. \tag{16}$$

В одномерном случае это решение можно записать следующим образом:

$$\varphi_a^{+}(r, t) = iE_0 \, \frac{gB_0 l}{2k_a} \, F(q) e^{i(k_a x - \omega t)}. \tag{17}$$

Здесь $q = (\omega - k_a)$ — импульс, передаваемый магнитному полю; $F(q) = \dfrac{\sin ql/2}{ql/2}$, т. е. $F(0) = 1$.

Вероятность возникновения N_a псевдоскалярных бозонов в результате конверсии N_γ квантов (фотонов) возбуждающего излучения в псевдоскалярные бозоны задается выражением

$$P_{\gamma \to b} = \frac{N_a}{N_\gamma} = \frac{1}{4} \, \frac{\omega}{k_b} \, (gB_0 l)^2 F^2(q). \tag{18}$$

Если исходить из следующих значений параметров [4–6]: $g \sim 10^{-9}$ ГэВ$^{-1}$, $B = 10$ Тл, $l = 1$ м, получаем

$$P_{\gamma \to a} \sim 10^{-16}. \tag{19}$$

В целях повышения вероятности конверсии в работе [8] было предложено использовать согласованные интерферометры Фабри — Перо (см. рис. 4). Если добротность резонатора $Q \sim 10^4$, то вероятность процесса конверсии возрастает [18, 19] следующим образом:

$$P_{\gamma \to b} = \frac{1}{4} \, \frac{Q}{\pi} \, \frac{\omega}{k_b} \, (gB_0 l)^2 F^2(q) \sim 10^{-12}. \tag{20}$$

При этом полная вероятность процесса конверсии — реконверсии составит:

$$P_{\gamma \to \gamma'} = (P_{\gamma \to b})(P_{b \to \gamma'}) \sim 10^{-24}. \tag{21}$$

Спонтанные процессы конверсии — реконверсии осуществляются при небольшой пиковой интенсивности возбуждающего излучения. При мощности возбуждающего излучения аргонового лазера ~ 10 Вт, работающего в непрерывном или квазинепрерывном режиме генерации видимого излучения (0,5 мкм), число возбуждающих

квантов света, попадающих в первый резонатор в течение 1 с, составляет $N_\gamma \sim 10^{20}$. Соответственно на выходе второго резонатора (см. рис. 3) с учетом спонтанного характера излучения согласно соотношению (21) число фотонов, возникающих в результате всего процесса конверсии — реконверсии составляет $N_{\gamma'} \sim 0{,}0001$. Это соответствует уровню шумовых сигналов, т. е. находится ниже предела чувствительности современных приемников светового излучения. Интенсивность конвертированного излучения можно повысить лишь при возрастании на три — четыре порядка мощности возбуждающего излучения или увеличении времени регистрации вторичного излучения, что существенно усложняет экспериментальную установку. Таким образом, наблюдение обсуждаемого эффекта в режиме спонтанных процессов конверсии — реконверсии на данном этапе техники эксперимента представляется затруднительным.

Для стимулированного процесса конверсии по аналогии с процессом ВКР [10] (см. соотношения (10) и (11)) получаем

$$P_{\gamma\to b} = \frac{1}{4}\, n_b\, \frac{Q}{4\pi}\, \frac{\omega}{k_b}\, (gB_0 l)^2 F^2(q). \tag{22}$$

Переход от режима спонтанного излучения к вынужденному соответствует условию

$$n_b > 1. \tag{23}$$

Для оценки величины n_b используем соотношение

$$n_b = \frac{1}{4}\, \frac{Q}{\pi}\, \frac{\omega}{k_b}\, (gB_0 l)^2 F^2(q) n_0. \tag{24}$$

Для возбуждения стимулированных процессов рассеяния света необходимо использовать ультракороткие (10^{-8} с) или сверхкороткие (10^{-10} с) импульсы возбуждающего излучения [11–13]. Рассмотрим случай, когда плотность мощности возбуждающего импульса составляет 10^{12} Вт/см^2, а его длительность — 100 пс. Такой режим работы, в частности, может быть реализован для второй оптической гармоники твердотельного $\mathrm{YAG:Nd^{3+}}$-лазера. При этом число квантов на одну моду поля возбуждающего излучения составляет $n_0 \sim 10^{14}$. Согласно (24) получаем $n_b \sim 1$, т. е. в таких условиях можно ожидать реализации порогового режима вынужденного излучения для процессов конверсии.

При условии перехода от режима спонтанного излучения к вынужденному число аксионов n_b приближается к n_γ, т. е. число квантов на осциллятор аксионного излучения приближается к числу квантов на осциллятор возбуждающего электромагнитного излучения. Если в процессе реконверсии также выполняются условия для перехода

к вынужденному излучению, то интенсивность светового излучения на выходе второго резонатора должна быть достаточно велика для регистрации современными приемниками.

Отметим, что согласно правилам отбора для центросимметричных сред процессы ФАК и АФР могут происходить как в физическом вакууме, так и в материальных средах. Важным дополнительным фактором для повышения эффективности таких процессов является выполнение условий фазового синхронизма, задаваемых второй частью уравнений (3)–(8). Так как показатель преломления материальной среды отличается от единицы, закон сохранения квазиимпульса для ФАК и АФР в материальной среде, как правило, не может быть выполнен. Однако, эта трудность может быть преодолена в разупорядоченных материальных средах, когда закон сохранения квазиимпульса в элементарных процессах взаимодействия квазичастиц не должен выполняться. В частности, такая ситуация может быть реализована в фотонных стеклах, состоящих из разупорядоченных в пространстве наночастиц заданного размера. При этом может быть осуществлен переход траектории распространения излучения от баллистической к диффузионной. Кроме того, в фотонных кристаллах и в так называемых метаматериалах, при определенных значениях длин волн показатель преломления может быть сравним с единицей, что также позволяет надеяться на возможность осуществления вынужденных процессов ФАК и АФР в таких материальных средах.

Заключение. Установлены условия перехода в экспериментах по наблюдению эффекта Light Shining Through Wall от режима спонтанной фотон-аксионной конверсии к режиму стимулированного излучения, аналогичного процессу вынужденного комбинационного рассеяния света в материальных средах. Ожидается, что переход от спонтанного режима к вынужденной стимулированной фотон-аксионной конверсии и обратного процесса (АФР) может быть реализован как в вакуумных полостях, так и в материальных средах — разупорядоченных структурах, фотонных кристаллах и метаматериалах.

В качестве источников возбуждающего излучения предпочтительно использовать сверхкороткие лазерные импульсы видимого или ультрафиолетового диапазона, характеризующиеся высокой интенсивностью излучения ($10^{12} \ldots 10^{13}$ Вт/см^2). При этом должен существенно возрастать интенсивность вторичного излучения фотонов, возникающих во втором резонаторе в результате обратного процесса — реконверсии аксионов в фотоны.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (гос. контракт № 16.513.11.3116), Программы президиума РАН № 22, а также РФФИ (гранты № 10-02-00293, 10-02-90042, 10-02-90404, 11-02-00164 и 11-02-12092).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Okun L. B. Limits on electrodynamics: paraphotons? // Sov. Phys. JETP. — 1982. — Vol. 56. — P. 502–505; ЖЭТФ. — 1982. — Т. 83, № 3. — С. 892–895.
2. Hoffmann S. Paraphotons and axions: Similarities in stellar emission and detection // Phys. Lett. — 1986. — Vol. 193. — P. 117–122.
3. Jaeckel J, Redondo J., Ringwald A. Hidden laser communications through matter — An application of meV-scale hidden photons // EPL. — 2009. — Vol. 87. — P. 10010.
4. Bibber K. van, Dagdeviren N. R., Koonin S. E. et al. Proposed experiment to produce and detect light pseudoscalars // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 59. — P. 759–762.
5. Duffy L. D., Sikivie P., Tanner D. B., et al. High resolution search for dark-matter axions // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 74. — P. 012006.
6. Stancil D. D. Long distance signaling using axionlike particles // Phys. Rev. D. — 2007. — Vol. 76. — P. 111701.
7. Sikivie P., Tanner D. B., Bibber K. van Resonantly Enhanced Axion-Photon Regeneration // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98. — P. 172002.
8. Afanasev A., Baker O. K., Beard K. B. et al. LIPSS Collaboration. Experimental limit on optical-photon coupling to light neutral scalar bosons // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 120401.
9. Mueller G., Sikivie P., Tanner D. B., Bibber K. van Detailed design of a resonantly enhanced axion-photon regeneration experiment.// Phys. Rev. D.
10. Горелик В. С., Сущинский М. М. Комбинационное рассеяние света в кристаллах // УФН. — 1969. — Т. 98, № 2. — С. 237–294.
11. Gorelik V. S., Kudryavtseva F. D., Chernega N. V. Stimulayed infrared emission under excitation of condenced molecular dielectrics with giant pulses of Ruby laser // J. of Russian Laser Research. — 2006. — Vol. 27, No. 2. — P. 81–91.
12. Gorelik V. S., Kudryavtseva A. D., Tchernega N. V. Stimulated Raman scattering in three-dimensional photonic crystals // J. of Russian Laser Research. — 2008. — Vol. 29, No. 6. — P. 551–557.
13. Gorelik V. S. Linear and nonlinear optical phenomena in nanostructured photonic crystals, filled by dielectrics or metals // Eur. Phys. J. Appl. Phys. — 2010. — Vol. 49. — P. 33007.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.1+530.145

В. Г. Жотиков

ПОСТУЛАТЫ БОРА И КВАНТОВАНИЕ БОРА – ЗОММЕРФЕЛЬДА КАК СЛЕДСТВИЯ ГЕОМЕТРИИ ФИНСЛЕРА

Рассмотрена проблема устойчивости атомных и молекулярных систем. Дана новая интерпретация известных постулатов Н. Бора и правил квантования Бора — Зоммерфельда в атомной физике как следствий определенных симметрий пространства-времени. Начиная с первой четверти XX в. было принято считать, что электрон, движущийся вокруг ядра, излучает электромагнитные волны, поскольку движется с ускорением. В соответствии с законами классической электродинамики не излучает только заряд, движущийся прямолинейно с постоянной скоростью, и движение электрона по круговой или эллиптической орбите в евклидовом или псевдоевклидовом пространствах оказывается неустойчивым. Показано, что геометрическая интерпретация локальных калибровочных преобразований приводит к проективной дифференциальной геометрии, а совместно с геометрией Финслера, дающей геометрическую интерпретацию принципа наименьшего (экстремального) действия, — к принципиально новым физическим следствиям. Так, класс инерциальных движений расширяется: кроме прямолинейного равномерного движения тел при отсутствии внешних сил в него включают теперь и движения по некоторым избранным криволинейным траекториям. Такие траектории определяются соотношениями $dk\,ds^2 = \text{const}$.

Это соотношение является инвариантом проективной дифференциальной геометрии, где dk, ds *— дифференциалы кривизны траектории и длины дуги траектории движения соответственно. Показано, что постулаты Бора и правила квантования Бора — Зоммерфельда, как и вся квантовая механика атомов и молекул, являются следствиями геометризации вариационного принципа и принципа калибровочной инвариантности.*

Таким образом, решение проблемы собственных значений, т. е. получение спектра значений энергий стационарных состояний атомных и молекулярных, структур [1], как и объяснение их устойчивости, может быть получено без привлечения волновой функции и уравнения Шредингера

E-mail: Zhotikov@yandex.ru

Ключевые слова: вариационный принцип, калибровочный принцип, калибровочные преобразования, устойчивость физических структур.

Введение. Согласно положениям классической электродинамики, электрон, движущийся вокруг ядра должен излучать электромагнитные волны, поскольку движется с ускорением, а не излучает только заряд, движущийся прямолинейно с постоянной скоростью. Другими словами, в классической электродинамике в $3D$-евклидовом E^3, как и в $4D$-псевдоевклидовом мире M^4 (пространство Минковского),

движение электрона по круговой или эллиптической орбите признается неустойчивым.

На этом основании физики первой четверти XX в. сделали выводы о том, что устойчивость атомов нельзя объяснить на основе классической физики (электродинамики) и единственным возможным выходом из возникшего «противоречия» является переход к некой принципиально «новой физике», какими бы абсурдными не оказывались ее основания.

По-видимому, физики в 20-е годы прошлого века не задавались вопросом: «Может ли существовать мир, в котором электрон, движущийся по некоторым, избранным определенным образом криволинейным траекториям, не излучает?» Однако такой мир существует — так называемый проективный мир. Это неслучайно. К проективной геометрии (частными случаями которой являются указанные выше геометрии) мы приходим, давая геометрическую интерпретацию калибровочным преобразованиям в электродинамике. Так, например, если дифференциальными инвариантами указанных выше геометрий являются квадраты дифференциалов длин траекторий $ds^2 =$ const, то в проективной геометрии этот инвариант обобщается на движения и по криволинейным траекториям. В этом случае возможен новый инвариант: $d\kappa\, ds^2 =$ const. Движение по таким траекториям (орбитам) представляет собой пример безынерционного движения (свободное движение). Движению по траекториям, представляющим собой плоские кривые, данному условию удовлетворяют кривые второго порядка: эллипс (окружность), гипербола и парабола. На проективной плоскости различий между ними нет.

В работе показано, что постулаты Н. Бора, а также правила квантования Бора — Зоммерфельда, как и квантовая механика атома водорода, базирующаяся на них, являются следствиями геометризации вариационного принципа и принципа калибровочной инвариантности [2]. Отсюда следует важное для всей современной физики утверждение: решение задачи на собственные значения, т. е. получение спектра энергий стационарных состояний атома водорода, а также и других атомных и молекулярных систем, возможно без привлечения для этого понятия волновой функции и уравнения Шредингера.

Первоначальную формулировку двух своих известных постулатов, приведенных в 1913 г. в первой части работы [3], Н. Бор уточнял на протяжении ряда лет: в работе [4, ч. 1] (1918), работе [5] (1921). В работе [6] (1923) Н. Бор подробно рассмотрел эти постулаты, а в 1926 г. в статье «Атом», написанной им специально для Британской энциклопедии, привел их в окончательной формулировке:

1. Атомная система устойчива только для определенной совокупности состояний, «стационарных состояний», которая в общем случае соответствует дискретной последовательности значений энергии атома. Каждое изменение этой энергии связано с полным «переходом» атома из одного стационарного состояния в другое.

2. Способность атома поглощать и испускать излучение подчиняется закону, по которому излучение, связанное с переходом, должно иметь частоту ν, определяемую соотношением

$$E_1 - E_2 = h\nu, \tag{1}$$

где h — постоянная Планка и E_1 и E_2 — энергии двух соответствующих стационарных состояний [7, с. 263].

В настоящее время, эти постулаты приводятся в школьных учебниках по физике, в курсах общей физики университетов и других высших учебных заведений. Как известно, термин «постулат» принято использовать в случаях, когда речь идет о недоказуемых утверждениях, которые нельзя свести к другим, более простым. Постулаты используются в качестве оснований для построения тех или иных физических и математических теорий. Следует отметить, что отказ от пятого постулата в геометрии Евклида привел Н. И. Лобачевского, К. Ф. Гаусса и Я. Больяи к новой — неевклидовой — геометрии, ставшей основой для создания специальной (СТО) и общей (ОТО) теорий относительности.

В курсах атомной физики и квантовой механики правила (условия) квантования Бора — Зоммерфельда (1915–1916) сформулированы следующим образом.

Интеграл действия для «устойчивой орбиты» равняется целому числу n, умноженному на постоянную Планка (или «квант действия») h:

$$\oint p\,dq = nh, \tag{2}$$

где интеграл берется по всей замкнутой орбите.

Здесь приведен термин «устойчивая орбита», называемый также «устойчивая замкнутая траектория». Проблема устойчивости траекторий движения, по-видимому, наиболее определенно впервые была поставлена Дж. Томсоном и П. Тэтом в их знаменитом труде «Трактат по натуральной философии» [8, т. I]. Данной проблеме указанные авторы придавали особое значение. По мнению этих ученых наиболее важным вопросом для натуральной философии является вопрос об устойчивости движения. В настоящее время в научной литературе имеется значительное число работ, посвященных проблеме устойчивости как траекторий движения, так и самих микро- и макросистем.

Сформулировано также огромное число различных критериев устойчивости систем, перечень которых занял бы много времени. Ограничимся пока только интуитивным определением понятия устойчивости движения физической структуры.

Примем, что движение динамической системы устойчиво, если ее отклонения от ожидаемых положений с течением времени ограничены, т. е. траектория соответствующей точки пространства конфигураций не должна выходить за пределы криволинейной пространственной полосы, имеющей ограниченные плоские сечения.

Поясним, почему в названии работы использован термин «геометрия Финслера». В работе [2] было показано, что к геометрии Финслера приводит геометрическая интерпретация принципа наименьшего (экстремального) действия для интеграла

$$S[\gamma] = \int\limits_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q})\, dt. \tag{3}$$

где $L(q, \dot{q})$ — функция Лагранжа (лагранжиан); q — обобщенные координаты, $q = q^\alpha$, $\alpha = 1, \ldots, n$; n — число степеней свободы исследуемой системы; $\dot{q}$ — обобщенные скорости, $\dot{q} = \dot{q}^\alpha = \dfrac{dq^\alpha}{dt}$. При этом экстремали функционала (3) (уравнения Эйлера — Лагранжа) суть геодезические линии пространства Финслера. Последнее принято обозначать через F^n. Другими словами, геометрическая интерпретация принципа наименьшего (экстремального) действия приводит к необходимости использования в физике геометрии Финслера. В дальнейшем будем использовать систему единиц, в которой $h = c = 1$.

Геометрическая интерпретация калибровочных преобразований. Калибровочный принцип наряду с вариационным принципом является одним из краеугольных принципов современной физики. Термины «калибровочная симметрия» и «калибровочные преобразования» введены Г. Вейлем (H. Weyl) примерно в 1920 г. Вейль пытался сформулировать теорию, способную объединить электромагнетизм с ОТО. Он первым предложил теорию, которая оставалась бы инвариантной по отношению к произвольным расширениям и сжатиям пространства-времени. В этой теории для каждой точки пространства-времени принимался различный масштаб длины и времени. Работа была написана на немецком языке и Вейль употребил термин «Eich Invarianz», который был первоначально переведен как «масштабная инвариантность», но в настоящее время принят альтернативный перевод — «калибровочная инвариантность».

Одним из простейших примеров калибровочных преобразований являются калибровочные преобразования в электродинамике: тензор

электромагнитного поля $F_{\mu\nu}(x)$ и уравнения Максвелла не меняют своего вида если 4-вектор-потенциал $A_\mu(x)$ электромагнитного поля преобразуется к виду

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu f(x), \tag{4}$$

где $f(x)$ — произвольная скалярная функция от 4-координат x пространства-времени; $\mu = 1, \ldots, 4$.

Рассмотрим более общий случай калибровочных преобразований в пространстве F^n. Известно, что уравнения движения, получаемые вариацией действия (3) не изменяют свой вид (являются форм-инвариантными) при преобразованиях функции Лагранжа $L \mapsto L'$:

$$L = L' + \frac{df(q)}{dt}, \tag{5}$$

где $f(q)$ — произвольная функция от обобщенных координат.

Используя определение обобщенного импульса $p = p_\alpha = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}^\alpha}$ и свойство функции $L(q, \dot{q})$ (положительная однородность первой степени относительно $\dot{q}$), получим

$$p'_\alpha = p_\alpha - \sigma_\alpha(q), \tag{6}$$

где σ_α — ковариантный n-вектор импульсных трансляций

$$\sigma_\alpha(q) = \partial_\alpha f(q). \tag{7}$$

Геометрическая интерпретация калибровочных преобразований впервые была представлена В. Вагнером в 1945 г. [9]. Подробно геометрическая теория этих преобразований изложена в его известной работе [10]. Ниже приведено краткое описание этой теории.

Для обеспечения инвариантности интеграла действия (3) при преобразованиях импульсных трансляций (6) необходимо индуцировать в координатном пространстве преобразования

$$x^{\alpha\,\prime} = \frac{x^\alpha}{1 - \sigma_\beta(q) x^\beta}, \tag{8}$$

которые называются *гомологическими преобразованиями* метрики Финслера.

В свою очередь, преобразования (8) индуцируют преобразования трансляций (6). Такая взаимозависимость существует в проективной геометрии вследствие *принципа двойственности*, согласно которому проективное пространство можно рассматривать как множество пар: взаимных (двойственных) контра- и ковариантных векторов. Совокупность преобразований (6) и (8) В. Вагнер [10] назвал *преобразованиями Каратеодори*, поскольку именно К. Каратеодори [11, 12] был первым, кто применил преобразования (5) для вывода достаточного

условия экстремума функционала действия (3). Отсюда следует, что совокупность преобразований (6) и (8) представляет собой геометрическую интерпретацию калибровочных преобразований (5) функционала действия (3). Иногда в целях общности в эти преобразования включают еще и дискретные преобразования отражений от центра локального $E^n(P)$, $P \in X^n$, которые имеют вид

$$p'_\alpha = \varepsilon(p_\alpha - \sigma_\alpha(q)); \tag{9}$$

$$x^{\alpha\,\prime} = \frac{\varepsilon x^\alpha}{1 - \sigma_\beta(q) x^\beta}, \tag{10}$$

где $\varepsilon = -1$ соответствует операции отражения от центра пространства. Преобразования (9, 10) называются *собственными*, если $\varepsilon = +1$, и *несобственными*, если $\varepsilon = -1$. Совокупность преобразований (6) и (8) образуют группу. В качестве параметров выступают определяющие числа (компоненты) ковариантного n-вектора импульсных трансляций $\sigma_\alpha(q)$ в локальном $E^n(P)$, $P \in X^n$. Эта группа представляет собой одну из подгрупп группы проективных преобразований в данном $E^n(P)$, $P \in X^n$. В проективной геометрии эта группа, является подгруппой группы центрально-проективных преобразований и называется *группой гомологических преобразований* или *группой гомологий* (см., например, работу [13]).

В качестве иллюстрации рассмотрим полезный частный случай пространства F^4. Фактически этот случай соответствует задаче изучения динамики релятивистской частицы без спина в неоднородном пространстве-времени F^4. Имеем 4-импульс частицы до взаимодействия $p = (E, \vec{p})$ и 4-импульс $p' = (E', \vec{p}')$ после элементарного акта взаимодействия. Соответственно $x = (t, \vec{x})$ — 4-вектор координат в касательном $E^4(P)$, $P \in X^4$, а $x' = (t', \vec{x}')$ — 4-вектор координат частицы в этом же касательном $E^4(P)$, $P \in X^4$ по окончании взаимодействия.

Формулы совокупности преобразований (9) и (10) демонстрируют взаимосвязь между изменениями, происходящими с частицей. Изменения 4-импульса при взаимодействии с окружающей средой (9) индуцируют изменения ее координат (10). Справедливо и обратное утверждение: всякое изменение координат (10) сопровождается получением из внешнего окружения или отдачей в него соответствующей порции 4-импульса. Таким образом, геометрическая интерпретация калибровочных преобразований обусловливает необходимость использования в физике методов проективной геометрии. Следует отметить, что рассматриваемая группа вместе с группой вращения в 4-мерном пространстве-времени (однородная группа Лоренца) образуют группу локальных центрально-проективных преобразований в локальных $E^4(P)$, $P \in X^4$.

В физике присутствуют две точки зрения на преобразования. Это так называемые *активные и пассивные преобразования*.

1. Активные преобразования физической системы есть ее движения, т. е. изменение ее характеристик под влиянием внешних и внутренних воздействий.

2. Пассивные преобразования физической системы — это всевозможные изменения способа описания физической системы.

Пассивные преобразования в рассматриваемом случае есть преобразования изменения масштабов (сжатие или растяжение) и изменение темпа хода часов в используемой для описания системе отсчета. Собственно говоря, последние и являются истинной причиной релятивистских эффектов, так как носят динамический, а не кинематический характер, как это обычно трактуется в большинстве учебников по СТО.

Законы сохранения являются следствиями определенных симметрий. В частности, законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения являются следствием однородности и изотропности пространства-времени. Нарушение такой однородности и изотропности должно было бы приводить к нарушениям законов сохранения. Возникает вопрос: с какой точностью и обстоятельностью доказаны законы сохранения энергии и импульса применительно к миру элементарных частиц, т. е. на малых расстояниях и в области сверхвысоких энергий? Оказывается, ответить на этот вопрос не так легко, поскольку значимость этих фундаментальных законов признается самоочевидной, в связи с чем специальные эксперименты для проверки этих законов уже давно не проводились. Однако нужно ясно представлять, что возможное нарушение этих законов могло быть следствием нарушения однородности и изотропности пространства-времени в микромире. Поэтому идея об однородности и изотропности пространства-времени в физике вызывает сомнения. Так, например, если существует какая-либо неоднородность в пространстве-времени, связанная с ультрамалыми масштабами размера a, то ожидаемые нарушения законов сохранения должны быть значительными, $\delta p \sim \dfrac{h}{a}$, но весьма редкими.

Таким образом, совокупность преобразований (9) и (10) предполагает существование новых, более общих видов симметрий, присущих Природе и, соответственно, более общих законов сохранения в открытых системах, что эквивалентно неоднородному пространству-времени. В связи с этим отметим следующее.

Появление нового вида симметрии часто означает кардинальное изменение свойств, так как является результатом появления нового

инварианта. Вместе с тем появление нового вида симметрии вовсе не означает нарушения старого вида симметрии. Последний входит в него в качестве того или иного частного случая.

Инвариантные свойства движений в проективном пространстве. Как известно, уравнения движения классической и релятивистской динамики выводят из принципа наименьшего действия (см., например, работу [14]) на основании *эквивалентности собственного времени τ часов и длины дуги их траектории*

$$\tau = \int\limits_{\gamma} ds, \tag{11}$$

где ds — дифференциал эквиаффинной длины дуги траектории. Напомним в этой связи, что совокупность аффинных преобразований

$$x^{\alpha\,\prime} = A^{\alpha}_{\beta} x^{\beta} + a^{\alpha}, \tag{12}$$

для которых

$$\mathrm{Det}\,|A^{\alpha}_{\beta}| = 1,$$

образуют подгруппу общей аффинной группы. Преобразования этой подгруппы называются *эквиаффинными*. Совокупность свойств геометрических образов, сохраняющихся при эквиаффинных преобразованиях, составляют содержание *эквиаффинной геометрии*.

Дифференциальными инвариантами евклидовой и псевдоевклидовой геометрий является квадрат дифференциала эквиаффинной длины траектории $ds^2 =$ const. Это позволяет записать выражения для функций Лагранжа свободной частицы без спина для классического и релятивистского случаев движения. Соответствующие уравнения движения Эйлера — Лагранжа приводят в обоих случаях почти к тривиальному результату: при отсутствии внешних воздействий тело движется прямолинейно и равномерно.

В проективной геометрии этого инварианта уже нет. Однако его можно обобщить на движения по некоторым специально избранным криволинейным траекториям. Для доказательства нам потребуются некоторые сведения из проективной дифференциальной геометрии. Последнюю удобно строить на базе центрально-аффинной геометрии.

В основе центрально-аффинной геометрии (термин Ф. Клейна [15], гл. I, п. 4) лежит подгруппа аффинной группы, состоящая из всех тех ее преобразований, которые оставляют неподвижной фиксированную точку («центр») аффинного пространства. Или, если перевести рассмотрение в проективное n-пространство, то группа центрально-проективных преобразований состоит из всех коллинеаций (т. е. преобразований, при которых каждая прямая отображается в прямую),

которые оставляют неподвижными фиксированную точку O и не инцидентную с ней фиксированную гиперплоскость ω. Отсюда следует, что центрально-аффинная геометрия, подобно проективной геометрии, обладает полной двойственностью, что делает ее изучение особенно привлекательным. Наконец, эта геометрия служит удобным отправным пунктом для перехода к геометриям более широких групп: аффинной и центрально-проективной.

В центрально-аффинной геометрии можно перейти от эквиаффинной группы к проективной, присоединяя к первой преобразования (6) и (8) относительно центра O и все гомотетии ($x^\alpha \mapsto \lambda x^\alpha$, $\lambda =$ const) с тем же центром.

Под действием преобразований (6) и (8) дифференциал длины дуги траектории ds перестает быть инвариантом и преобразуется теперь следующим образом:

$$ds' = ds(1 - \sigma x), \tag{13}$$

где мы обозначили через σx скалярное произведение векторов σ и x. Аналогично дифференциал эквиаффинной кривизны траектории $d\kappa$ под действием этих преобразований преобразуется к виду

$$d\kappa' = d\kappa(1 - \sigma x)^{-2}. \tag{14}$$

Отсюда получаем

$$d\kappa'\, ds'^2 = d\kappa\, ds^2. \tag{15}$$

Видно, что при гомотетии ($x \mapsto \lambda x$) величина (15) остается неизменной. Таким образом, имеем проективный дифференциальный инвариант

$$d\kappa\, ds^2 = \text{const}, \tag{16}$$

который в частном случае $\kappa = 0$ переходит в инвариант $ds^2 =$ const. Отсюда следует, что движения тел по траекториям (плоским орбитам), удовлетворяющим условию (16), также обладают всеми свойствами инерциальных движений.

Соответственно этому соотношение для собственного времени в проективном мире τ можно записать

$$\tau = \int\limits_\gamma \sqrt[3]{d\kappa\, ds^2}. \tag{17}$$

Все это дает новый более общий класс решений уравнений движения свободной частицы в проективном мире.

Таким образом совокупность преобразований (6) и (8) представляет собой геометрическую интерпретацию калибровочных преобразований, которые преобразуют экстремали функционала действия (3)

вновь в экстремали. В частности, применяя инвариант (16) к решению задач небесной механики, приходим к математическому доказательству известных законов Кеплера.

Квантование физических параметров и проблема устойчивости физических структур. Вопросы, обсуждаемые в данной работе, возникли еще на заре современной физики. В начале XX в. М. Планк, А. Эйштейн, Н. Бор и другие ученые осознавали, что физические переменные — энергия, момент количества движения и др. — принимают не непрерывные значения, а квантуются. Позднее фон Нейман под данные утверждения подвел математические основания [16]. Кратко дело сводится к следующему. Утверждается, что энергия, момент количества движения и др. — это собственные значения линейных эрмитовых операторов, спектр значений которых имеет дискретную часть.

В последние десятилетия обнаружен другой, чисто классический эффект квантования [17]. Он заключается в том, что квантуются параметры, описывающие динамику рассматриваемой системы. Причем эти параметры могут не являться собственными значениями линейных эрмитовых операторов. Вместе с тем могут существовать некоторые квантовые условия согласованности, в результате которых множество значений этих параметров становится дискретным. Подобная ситуация сложилась в рассматриваемом случае (см., например, работу [18] и приведенный в ней список литературы).

Представляется целесообразным высказать по этому поводу несколько полезных соображений. Зададимся вопросом: какие предсказания могут дать для физики приведенные способы квантования? Оказывается, что с точки зрения проблемы устойчивости траекторий движения и устойчивости самих физических структур первый из приведенных подходов не дает каких-либо рекомендаций по решению данной проблемы.

Другими словами, введение волновой функции и соответствующего данной задаче уравнения Шредингера, не приводят к новым результатам в попытке дать объяснение устойчивости атомов и молекул. В противоположность этому второй подход, который мы назовем *геометрическим квантованием*, позволяет получить условия устойчивости движений и самих физических структур.

Учитывая небольшой объем данной работы, ограничимся лишь краткими комментариями. Обращаясь к проблеме устойчивости физических структур, отметим следующее: вряд ли какой-либо вопрос является более важным для физики, чем вопрос об устойчивости движений физических структур.

Равенство нулю первой вариации интеграла действия (3) обеспечивает стационарность траектории, но не ее устойчивость. Это только

необходимые условия экстремума, которые означают, что истинные траектории следует искать в классе решений уравнений Эйлера — Лагранжа. За свойства устойчивости уравнений, описывающих траектории движения или состояния физических структур, отвечают достаточные условия экстремума действия.

Читатель, знакомый с основами теории автоматического управления, обнаружит прямую аналогию между структурой выражения (10) и передаточной характеристикой простейшего контура обратной связи, где роль управляющего воздействия выполняет n-импульс σ_α, поступающий в систему из внешнего окружения или передаваемый последнему. Конкретный тип обратной связи (положительная или отрицательная) устанавливается направлением потока обобщенного импульса в рассматриваемую систему или из нее.

Как известно, существует два вида обратных связей: *отрицательная* или *вырождающаяся* обратная связь, при которой сигнал обратной связи уменьшает входное воздействие и *положительная* или (*регенеративная*) обратная связь. Преимущество положительной обратной связи — это увеличение коэффициента усиления. Если же требуется высокая общая устойчивость системы к случайным внешним воздействиям, то применяется отрицательная обратная связь.

Система, будучи системой нелинейной, может вести себя при воздействии на нее извне как система либо с положительной, либо с отрицательной обратной связью. Тип обратной связи определяется значением параметра $\epsilon = \pm 1$ и направлением потока обобщенного n-импульса σ_α по отношению к собственному обобщенному импульсу p_α. Сказанное выше позволяет сформулировать следующее утверждение: получая от внешнего окружения или отдавая обратно в него энергию-импульс, физическая структура изменяет свои свойства таким образом, чтобы приспособиться к изменениям состояния своего движения.

В нелинейных системах с положительной обратной связью при потере устойчивости возможны различные типы самопроизвольного движения, в том числе самопроизвольные переходы от одного устойчивого состояния к другому. При сохранении устойчивости возможны также и резкие (но непрерывные) смены состояний. Поэтому особое внимание следует уделять обнаружению обратных связей и вызванных ими неустойчивостей в исследуемых системах.

Многочисленными проявлениями рассматриваемых видов симметрии являются эффекты инерции и самоорганизации частиц и полей. Исключительная устойчивость атома водорода объясняется тем, что при движении электрона в этой системе (электрон — ядро) не происходит рассеяния энергии в пространство.

Очевидно, что полученные результаты имеют общий характер и применимы не только к микромиру. Так, например, ток в сверхпроводнике не затухает в силу тех же квантовых причин, что и движение электронов в атомах, но при этом может распространяться на макроскопически большие расстояния.

Обсуждение результатов. Итак показано, что квантовые постулаты Н. Бора и правила квантования Бора — Зоммерфельда являются следствиями геометрической структуры пространства-времени, и прежде всего геометрической интерпретации вариационного принципа и принципа калибровочной инвариантности.

Несмотря на ставшую уже общепринятой традицию делить физику на микроскопическую и макроскопическую, в действительности четкая граница между ними отсутствует. Проведение такой границы зависит от уровня наших знаний, и граница постоянно «передвигается». Более того, квантование и возникновение замкнутых орбит (стоячих волн) не является привилегией микросистем. Квантование и возникновение замкнутых орбит есть следствие основных законов природы, ответственных за образование стабильных систем в микро- и макромире. Для решения задач получения собственных значений физических величин, участвующих в описании физических структур, вовсе не обязательно использовать волновую функцию и уравнение Шредингера. Проблема «confinement» или «невылетания» кварков также может быть успешно решена на основании предлагаемого подхода. Отметим, что и явление фотоэффекта также нашло свое последовательное объяснение без привлечения волновой функции и уравнения Шредингера [19].

Автор выражает благодарность своим коллегам по кафедре «Проблемы квантовой физики» МФТИ А. А. Рухадзе, И. Э. Булыженкову и Л. И. Уруцкоеву за интерес к работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шредингер Э. Избранные труды по квантовой механике. М.: Наука, 1976. 422 с.; Scrödinger E. / Ann. Physik. — 1926. — 79. — S. 361; Ann. Physik. — 1926. — 79. — S. 489.
2. Zhotikov V. G. Finsler geometry and the equations of movement in the relativistic dynamics / Proceedings of the XV International Scientific Meeting PIRT-2009. — Moscow, 2009. — P. 133–144.
3. Bohr N. On Constitution of Atoms and Molecules / Phil. Mag. — 1913. — Vol. 26. — P. 1; Бор Н. Избранные научные труды. Т. 1. Статьи 1909–1925. — М.: Наука, 1970. — С. 84.
4. Bohr N. On Quantum Theory of Line Spectra / Kgl. Danske Vid. Selekt. Skr. — 1918. — Vol. 4, No. 1. — P. 1.
5. Bohr N. Der Bau der Atome und die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Elemente / Fysisk Tidsskrift. — 1921. — Vol. 19. — P. 153; Бор Н. Избранные научные труды. Т. 1. Статьи 1909–1925. — М.: Наука, 1970. — С. 318.

6. Bohr N. Uber die Andwendung der Quantentheorie auf den Atombau. I. Grandpostulaate der Quantentheory / Z. für Phys. — 1923. — V. 13. — P. 117–165; Бор Н. Избранные научные труды. Т. 1. Статьи 1909–1925. — М.: Наука, 1970. — С. 482.
7. Bohr N. Atom / Encycl. Britt. 13th ed. 1926, V. 2. P. 262.
8. Thomson W., Tait P. G. Triatise on natural philosophy. V. 1. Oxford, 1886.
9. Вагнер В. В. Гомологические преобразования метрики Финслера / ДАН СССР. — 1945. — Т. 46, № 7. — С. 287–290.
10. Вагнер В. В. Общая аффинная и центрально-проективная геометрия гиперповерхности в центрально-аффинном пространстве и ее приложения к геометрической теории преобразований Каратеодори в вариационном исчислении / Труды семинара по векторному и тензорному анализу. Вып. IX, ГИТТЛ, 1952. — С. 75–145.
11. Caratheodory C. Uber die Variationsrechnung bei mehrfachen Integralen / Acta Szeged Sect. Scient. Mathem. — 1929. — 4. — P. 193–216.
12. Caratheodory C. Variationsrechenung und Partielle Differentialgleichungen Erster Ordnung / Leipzig und Berlin: Verlag und Druck von B. G. Teubner, 1935. — 407 p.
13. Вольберг О. А. Основные идеи проективной геометрии. М.: Учпедгиз, 1949. — 188 с.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1967. — 460 с.
15. Клейн Ф. Неевклидова геометрия. ОИНТИ, 1935. — 355 с.; Klein F. Vorlesungen Über Nicht-Euklidische Geometrie. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1928.
16. фон Нейман И. Математические основы квантовой механики: Пер. с нем. под ред. Н. Н. Боголюбова. — М.: Наука, 1964; von Neumann J. V. Mathematische grundlagen der quantenmechanik. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1928.
17. Джекив Р. Квантование физических параметров / УФН. — 1986. — Т. 140. Вып. 1. — С. 139–147; Jackiw R. Quantization of Physical Parameters / Comm. Nucl. and Part. Phys. 1984. — Vol. 13, No. 3. — P. 141–156.
18. Гареев Ф. А., Барабанов М. Ю., Казача Г. С. Геометрическое квантование и подобие в микро- и макросистемах / Труды IX Международного семинара «Гравитационая энергия и гравитационные волны». Дубна, Изд-во ОИЯИ, 1998. — С. 124–128.
19. Аристов В. В. Фотоэффект с точки зрения полуклассической теории / ДАН. — 2009. — Т. 425. — С. 610.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.12:53.08+539.121.7+52:531.51

Г. Н. Измайлов

ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ. ПРОБЛЕМЫ МИНИМАЛЬНОСТИ МАССЫ И ПЕРЕДАЧИ ВРАЩЕНИЯ

Черные дыры — астрофизический объект, находящийся под пристальным вниманием как астрофизиков, так и специалистов в области физики высоких энергий. Их обнаружение связывают с пониманием эффектов новой физики, объединяющую теорию гравитации и квантовую физику. Рассмотрены экспериментальные возможности регистрации массы и угловой скорости мини-черных дыр.

E-mail: izmailov@mail.ru

Ключевые слова: черные дыры, астрофизика, радиус Шварцшильда, испарение Хокинга, физика высоких энергий, измерение угловой скорости.

Один из астрофизических объектов — черные дыры (ЧД) — давно привлекает внимание астрофизиков и космологов. Понятие ЧД как астрофизического объекта, который является столь массивным, что ничего не может покинуть его пределы (горизонт событий), было введено Дж. Мичеллом и. П.-С. Лапласом в XVIII в.

Согласно общепринятым современным воззрениям, основанным на общей теории относительности (ОТО), существуют две возможности для формирования ЧД. ЧД, массы M которых, больше $1{,}5M_\odot$ ($M_\odot$ — масса Солнца), образовались в результате гравитационного коллапса звезды и ее последующего радиационного охлаждения. Впоследствии ЧД являются центрами формирования звезд и галактических систем (например, сверхмассивная ЧД $M_\bullet = 4{,}1 \cdot 10^6 M_\odot$ расположена в центре Галактики).

Мини-черные дыры (МЧД) массой $M_\bullet \leq 10^{-18} M_\odot$ возможно были рождены в результате флуктуаций плотности в ранней Вселенной, когда плотность основной массы была высокой и неоднородность плотности являлась источником для рождения МЧД. Этот процесс похож на формирование капель воды в охлаждаемом паре.

Космические МЧД часто называют примордиальными (первоначальными) ЧД. Эти объекты пока не наблюдались, однако их существование предсказывается теоретиками. Число МЧД значительно превышает число массивных ЧД, но их полная масса не более 10^{-7} массы темной материи во Вселенной.

Подробный анализ условий экспериментов на будущих коллайдерах указал на возможность создания микро черных дыр (МкЧД) при столкновения релятивистских частиц. Для этого ошеломляющего случая энергия частиц должна быть больше 14 МэВ (в системе их центра

масс) и прицельный параметр меньше, чем радиус Шварцшильда. На коллайдерах МкЧД могут возникать каждую секунду.

Рассмотрим, чем интересны МЧД.

МЧД и новая физика. Как было показано в работе [1], гравитация является не только генератором связи пространства и времени, но и может создать новые эффекты. Результаты анализа основаны на моделировании условий формирования нейтронной звезды (масса которой равна в $1{,}5\ldots3{,}0M_{\odot}$, но диаметр составляет 20–30 км, и эволюция нейтронной звезды может привести к формированию ЧД). Согласно принципу неопределенности Гейзенберга, в вакууме везде и всегда присутствуют виртуальные частицы и некоторые фоновые поля различных частот. Таким образом, вакуум обладает энергией. В «нормальных» условиях (в лаборатории на Земле) влияние квантовых флуктуаций пренебрежимо мало.

Однако в непосредственной близости от достаточно плотной звезды такой как нейтронная звезда, гравитационное поле становится активным. Вследствие изменения пространственного и временного интервалов в гравитационном поле при определенных условиях [1] вакуумная плотность энергии становится настолько огромной, что она начинает конкурировать с плотностью массы близлежащего астрофизического объекта и даже превышает ее. Кроме того, поскольку темпы процессов определяет гравитация, то существование экспоненциально растущих флуктуаций становится продолжительным (несколько миллисекунд). Появляются новые гравитационно сгенерированные эффекты, которые влияют на эволюцию звезды и ее гравитационное излучение [2]. Таким образом, было отмечено гравитационное воздействие на энергию, содержащуюся в пустом пространстве. Очевидно, что это влияние становится больше при большей неоднородности гравитационного поля, а последнее связано с плотностью массы объекта. ЧД имеют максимальную плотность.

Ключевым положением является также тот факт, что ЧД производит частицы не за счет их распада или преобразования одного типа частиц в другой, но за счет своего испарения. Этот процесс был предложен С. Хокингом. При малом радиусе ЧД (радиус Шварцшильда $R_S = 2GM_{\bullet}/c^2$) приливные силы вблизи горизонта настолько сильны, что они разрывают пару частиц, излучаемую флуктуациями квантового вакуума. Одна частица попадает в ЧД, в то время как другая выталкивается наружу и служит источником вторичного излучения. Приливные силы вблизи поверхности обратно пропорциональны квадрату R_S, в то время как радиус пропорционален массе ЧД. Таким образом, потеря энергии на испарение должна быть обратно пропорционально квадрату массы ЧД. Последняя испаряется и таким образом теряет свою энергию (массу). Эквивалентная температура черного

тела

$$T_H = \frac{c^2}{k_B}\frac{\hbar c}{8\pi G}\frac{1}{M_\bullet} \simeq 1{,}23\cdot 10^{23}\left(\frac{1\text{ кг}}{M_\bullet}\right)\text{ К}, \qquad (1)$$

где $\hbar c/8\pi G$ — квадрат планковской массы; k_B — постоянная Больцмана.

Потери энергии вследствие испарения

$$P = \frac{c^4}{240\hbar}\left(\frac{\hbar c}{8\pi G M_\bullet}\right)^2 \simeq 0{,}33\cdot 10^{33}\left(\frac{1\text{ кг}}{M_\bullet}\right)^2\text{ Вт}. \qquad (2)$$

Как следует из выражения (2), сокращение массы ЧД вызывает стремительный рост излучаемой мощности, и поэтому МЧД в конце концов исчезает, излучая поток жестких γ-лучей на заключительном этапе своего существования.

Астрофизический интерес заключается в том, что МЧД могли существовать в ранней Вселенной, когда было большое число разнообразных неоднородностей. Наличие остаточных масс неиспарившихся МЧД является свидетельством большого взрыва, также как и космическое микроволновое фоновое излучение (реликтовое микроволновое излучение). Если же испарение МЧД прекращается, то они становятся стабильными объектами. В этом случае МЧД являются частицами темной материи. Если предположить, что внутри МЧД есть частицы темной материи — «хамелеоны» — захваченные в ранней стадии формирования Вселенной, то измерение массы МЧД приведет к различным значениям в космической и наземной лабораториях. Эти изменения массы МЧД обусловлены изменением масс «хамелеонов» в зависимости от окружающих частицу масс [3]. Кроме того, МЧД могут быть концентраторами темной энергии ускоренного расширения Вселенной [4]. Скопление МЧД может стать источником высокочастотных ($\sim$ 1 ГГц) гравитационных волн [5].

МЧД являются объектом внимания не только астрофизиков и космологов, использующих альтернативные теории гравитации, теорию струн или теорию бран [6] для объяснения эволюции Вселенной, но и специалистов в области физики высоких энергий [7, 8].

Престижное направление физики высоких энергий — создание теории великого объединения, в которой гравитацию объединяют с другими (электромагнитным, слабым и сильным ядерными) взаимодействиями в единое взаимодействие с одной постоянной. Достижению цели мешает следующее затруднение: диспропорция гравитации и ядерного взаимодействия. Именно по этой причине гравитация не принимается во внимание, когда физики обсуждают результаты ядерных реакций. Существование МЧД обеспечивает условия, при которых квантовые и гравитационные процессы одинаково важны,

что ограждает пути развития теории от ложных направлений. Согласно модели Рэндалл — Сундрума, на расстояниях менее 10^{-18} м (размер ядра немногим более 10^{-15} м) и энергии в несколько тераэлектронвольт интенсивность гравитационного поля увеличивается и становится сопоставимым с другими взаимодействиями, раскрывая возможность его квантования. Можно уподобить уменьшение силы притяжения при малых энергиях (температурах) частиц экранировке магнитного поля ферромагнитными экранами. Увеличение интенсивности гравитационного поля приводит к изменению поперечного сечения, времени испарения и характера γ-излучения МЧД [9, 10]. Предполагают, что открываются новые измерения. Дополнительные скрытые измерения можно также обнаружить в процессе исследования МЧД. Если время существования МЧД будет приемлемым, то можно поставить вопрос о создании канала связи на МЧД.

Недавно, была сформулирована новая идея, что МЧД ($M_\bullet = 0{,}3\ldots1000$ т) становится «ядром» обычной материи, захватывая ближайшие частицы (включая атомы) и формируя гравитационный эквивалент атомов [11].

Интерес к МЧД поддерживается и некоторыми исследованиями, темы которых являются странными на первый взгляд: аналогична ли структура МЧД структуре единичного атома или даже являются ли МЧД элементарными частицами [12, 13]? Поэтому анализ траектории частиц в МЧД [14] так актуален. Необходимо изучить влияние заряда МЧД, ее вращение, рассмотреть соответствующие следствия. Таким образом, исследования условий существования МЧД являются весьма многообещающими.

Принципы регистрации МЧД. Необходимо отметить постоянно растущую номенклатуру инструментов для астрофизических измерений: наземные и космические телескопы в радио-, ИК-, оптическом, ультрафиолетовом, рентгеновском и γ-диапазонах; черенковские счетчики нейтрино; длиннобазовые радиоинтерферометры; калориметры; ВЧ-гидрофоны; сверхпроводящие, охлаждаемые сверхтекучим гелием магниты; полупроводниковые датчики для регистрации WIMP; высокомощные петаваттные лазеры для регистрации WISP и аксионоподобных частиц.

В большинстве программ поиска примордиальных ЧД обнаружение МЧД осуществляется с помощью регистрации спектров излучения рентгеновского и γ-диапазонов, характерно сильного магнитного поля и свидетельства линзирования вблизи этих объектов (в соответствии с ОТО гравитационное поле искривляет световые лучи, прошедшие вблизи массивного объекта, что может привести к искажению картины неба).

В частности, одной из важных научных целей космического телескопа «Ферми» является наблюдение γ-излучения от испарения примордиальных МЧД. Лазерная космическая интерферометрическая антенна — LISA (совместная разработка НАСА и ЕКА) и последний проект DECIGO/BBO могут также использоваться для регистрации МЧД, пролетающих вблизи интерферометра. Регистрация МЧД возможна также при наблюдении спектра звуковых волн, генерируемых МЧД, пронизывающих жидкость [15] или лед [16].

В данной работе исследована возможность регистрации МЧД сетью 3D-датчиков, через которую пролетает МЧД. Датчиком является стержень, выполненный из магнитострикционного материала. Когда МЧД движется через сеть, ее гравитационное поле создает импульс приливных сил. Последние будут растягивать и сжимать магнитострикционный стержень, в результате чего создаются дополнительные магнитные поля. Вариации магнитного поля измеряются с помощью прибора ПТ-СКВИД.

Оценка чувствительности датчика. Пусть МЧД с массой $M_\bullet$ движется со скоростью v вблизи стержня массой m и длиной l на расстоянии L (рис. 1).

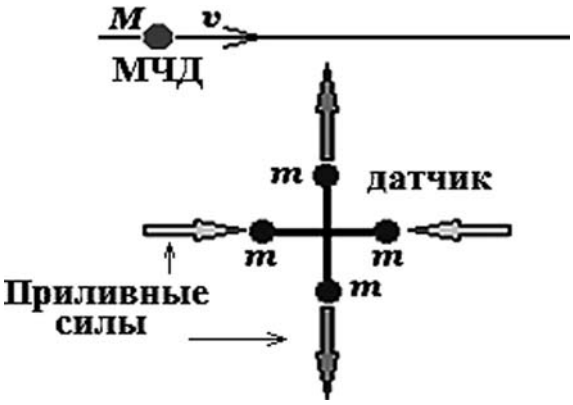


Рис. 1. Реакция магнитострикционного датчика на прохождение МЧД

Поскольку гравитационное поле МЧД не однородное, то в нем возникают приливные силы, действующие на концах стержней. Приливные силы будет сжимать или растягивать стержень в зависимости от взаимной ориентации оси стержня и траектории МЧД. Максимальная сила сжатия составляет половину силы растяжения. Если $M_\bullet = 10^5$ кг, $m = 3$ кг, расстояние до центра стержня $L = 1$ м, длина $l = 0{,}5$ м, $v = 30$ км/с, то максимальное растягивающее усилие составляет приблизительно $1{,}33 \cdot 10^{-5}$ Н, длительность импульса $\tau \sim 15$ мкс. Чувствительности прибора ПТ-СКВИД ($\sim 10^{-12}$ Па/$\sqrt{\text{Гц}}$)

[3] или лазерного интерферометра ($\sim 10^{-22}$ $1/\sqrt{\text{Гц}}$) [17, 18] являются достаточными для регистрации такого сигнала.

Вращение МЧД и ее регистрация. ЧД могут образоваться непосредственно в результате коллапса звезды, аккрекции космической пыли и газа или в результате захвата звездой своего соседа, находящегося на орбите вблизи главной звезды (возможно, сверхновой). ЧД могут соударяться при столкновении содержащих их галактик. Если коллапс звезды асимметричен (или в случае захвата соседа), то возникшая ЧД будет вращаться.

Вращение ЧД посредством эффекта Лензе — Тирринга передается пространству-времени. Данный эффект можно понять из полурелятивистких рассуждений [19]. Пусть масса M вращается с угловой скоростью Ω и имеет момент инерции I, тогда энергия вращения

$$E = \frac{I\Omega^2}{2}, \tag{3}$$

что создает добавку к массе

$$\Delta m = \frac{I\Omega^2}{2c^2}. \tag{4}$$

Эта добавка производит (благодаря принципу эквивалентности) дополнительное гравитационное поле, поэтому соседнее тело должно вращаться быстрее, чтобы скомпенсировать растущую силу притяжения.

Из радиального уравнения геодезической, записанного в экваториальной плоскости

$$\frac{d}{ds}\left(g_{rr}\,\frac{dr}{ds}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial r}\,\frac{dx^\mu}{ds}\,\frac{dx^\nu}{ds}, \tag{5}$$

следует, что изменение притягивающего ускорения

$$\Delta a = \frac{2GI\Omega_1^2}{R^2c^2}, \tag{6}$$

где Ω_1 — новая угловая скорость.

Поскольку должно быть новое равновесие между новой гравитационной силой и центростремительной силой, то

$$\Delta\Omega_{LT} = \frac{GI\Omega}{R^3c^2}. \tag{7}$$

Здесь $\Delta\Omega_{LT}$ — скорость увлечения системы отсчета (скорость Лензе — Тирринга)

Момент инерции ЧД

$$I = \beta M_\bullet R_S^2, \tag{8}$$

где β — геометрический фактор, учитывающий распределение массы ЧД относительно ее оси вращения, $\beta \lesssim 0{,}5$.

Очевидно, что максимальная угловая скорость для ЧД

$$\Omega_{\max} = \frac{c}{R_S}. \tag{9}$$

Так, для МЧД массой $M = 10^5$ кг, $\Omega_{\max}^{MBH} \simeq 2{,}05 \cdot 10^{30}$ рад/с и $\Delta\Omega_{LT\,\max} \simeq 3{,}33 \cdot 10^{18}$ рад/с на расстоянии $R = 1$ мкм от МЧД.

В работе [20] показано, что с помощью жидкостного СКВИД, использующего сверхтекучий He^4 как рабочее тело (SHeQUID), можно измерять угловое движение гелия $\Omega \simeq \dfrac{GM_\oplus\omega_\oplus}{c^2R_\oplus} \simeq 10^{-10}\omega_\oplus$, вызванное вращением Земли, с точностью, равной $4 \cdot 10^{-12}$ рад/(с$\sqrt{\text{Гц}}$) (индекс $\oplus$ относится к Земле). Анализ устройства, проведенный в работах [21, 22], показал, что максимальная точность измерения составляет $5 \cdot 10^{-23}$ рад/(с$\sqrt{\text{Гц}}$), если учитывать ограничения, накладываемые квантовыми флуктуациями в жидком гелии. Таким образом, для МЧД массой $M_\bullet = 10^5$ кг и шварцшильдовским радиусом $R_S = 1{,}46 \cdot 10^{-22}$ м возможна регистрация максимальной угловой скорости вращения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lima W. C. C., Matsas G. E. A., Vanzella D. A. T. Awaking the Vacuum in Relativistic Stars // Phys. Rev. Lett. — 2010. — 105, 151102. — 4 p.
2. Измайлов Г. Н. Поперечное сечение гравитационных антенн, жесткость вакуума и слабость гравитационных волн // Измерительная техника. — 2011. — № 5. — С. 5–9.
3. Golovashkin A. G., Izmaïlov G. N., Ryabov V. A. et al. Laboratory Registration using SQUID-Magnetostrictor / Dark Energy: Theories, Developments, and Implications / Ed. K. Lefebvre, R. Garcia. Nova Publishers. ISBN 978-1-61668-271-2. — 2010.
4. Chapline G. Dark Energy Stars. arXiv:astro-ph/0503200v2.
5. Dolgov A. D., Ejlli D. Relic gravitational waves from light primordial black holes. arXiv:[astro-ph.CO]/1105.2303v3. — 2011.
6. Барвинский А. О. Космологические струны и макроскопические дополнительные измерения // УФН. — 2005. — Т. 175, № 6. — С. 569–601.
7. Keeton C. R., Petters A. O. Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. III: Braneworld gravity // Phys. Rev. D73.104032. — 2006. — 13 p.
8. Giddings S. B., Mangano M. L. Astrophysical implications of hypothetical stable TeV-scale black holes // Phys. Rev. D78.035009. — 2008. — 47 p.
9. Giddings S. B., Thomas S. High Energy Colliders as Black Hole Factories: The End of Short Distance // Phys. Rev. D65.0506010. — 2002. — 12 p.
10. Coyne D. G., Cheng D. C. A Scenario for Strong Gravity in Particle Physics: An alternative mechanism for black holes to appear at accelerator experiments. arxiv.org/abs/0905.1667. — 2009.
11. VanDevender A. P., VanDevender J. Pace. Structure and Mass Absorption of Hypothetical Terrestrial Black Holes. arXiv:1105.0265v1 [gr-qc].

12. Hooft G. t' On the quantum structure of a black hole // Nucl. Phys. — B256. — 1985. — p. 727.
13. Holzney C. F. E., Wilczek F. Black Holes as Elementary Particles // Nucl. Phys. — B380. — 1992. — p. 447.
14. Dokuchaev V. I. Is there life inside black holes? arXiv:1103.6140v3 [gr-qc].
15. Khriplovich I. B., Pomeransky A. A., Produit N. et al. Can one detect passage of a small black hole through the Earth? // Phys. Rev. D77.064017. — 2008. — 5 p.
16. Danaher S., Ooppakeaw W., Sloan T. Acoustic detection of primordial black holes at the ACoRNE experiment // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research. Sec. A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2011 (in press).
17. LIGO collaboration. www.ligo.caltech.edu/.
18. VIRGO collaboration www.virgo.infn.it/.
19. Bruskiewich P. Private commun. www.gamma.nbi.dk/gallery/gamma135/lense.ps.gz.
20. Sato Y., Joshi A., Packard R. Flux locking a superfluid interferometer // Appl. Phys. Lett. 91.074107. — 2007. — 3 p.
21. Golovashkin A. I., Izmailov G. N., Ozolin V. V. et al. Scheme of Laboratory Measurements of Gravimagnetic Effects with SHeQUID Equipped with a Rotation Flux // Transformer Grav. and Cosmol. — 2010. — 16, No. 1. — P. 78–84.
22. Головашкин А. И., Жерихина А. И., Цховребов А. М. и др. Обычные СКВИД-интерферометры и интерферометры на волнах материи в свертекучем гелии: роль квантовых флуктуаций // ЖЭТФ. — 2010. — 138. Вып. 2. — С. 373–380; JETP. — 2010. — 111, No. 2. — P. 373–380.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 523;524.8

В. Л. Кауц

ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ И АНОМАЛЬНЫЕ СОБЫТИЯ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

Изложены процессы, приводящие к увеличению плотности темной материи в Солнечной системе. Приведены основные характеристики (размер, плотность) возникающих гало темной материи. Описаны известные аномальные эффекты в Солнечной системе (аномалия «Пионеров», flyby-аномалия и увеличение астрономической единицы). Рассмотрены возможности космического проекта «РадиоАстрон» по изучению данных явлений.

E-mail: kauts@asc.rssi.ru

Ключевые слова: темная материя, космология, Солнечная система, космический радиоинтерферометр.

Одна из наиболее важных современных проблем естествознания — это объяснение природы так называемой темной материи, которая по содержанию в несколько раз превосходит обычное вещество во Вселенной. Поиски и исследования в этом направлении ведутся во всех областях современной физики. К числу наиболее перспективных направлений исследований относится поиск темной материи по ее гравитационному проявлению, так как многочисленные эксперименты по прямому детектированию зависят от до сих пор не подтвержденных наблюдениями свойств частиц темной материи.

Темная материя во Вселенной. По современным представлениям, только около 5 % состава Вселенной — это обычное барионное вещество, из которого состоят наше Солнце, Земля и мы сами, примерно 25 % приходится на темную материю и 70 % — на наиболее загадочную компоненту — темную энергию. Все знания о свойствах темной материи сегодня базируются лишь на ее гравитационных проявлениях.

Известен ряд наблюдаемых эффектов, для объяснения которых предполагается существование нового вида частиц, слабо взаимодействующих с обычной материей:

1) кривые вращения спиральных галактик (скорость вращения не уменьшается за границей видимого вещества галактики);

2) вириальные теоремы для кластеров галактик (скорости галактик в скоплениях выше, чем следует из рассмотрения только барионного вещества);

3) наблюдения гравитационного линзирования (восстановленное распределение массы не соответствует распределению обычного вещества);

4) образование крупномасштабной структуры Вселенной;

5) наблюдения анизотропии реликтового излучения.

В то же время физика элементарных частиц предсказывает существование ряда новых частиц, свойства которых полностью соответствуют указанным требованиям. Сегодня возможными кандидатами на роль частиц темной материи являются: WIMP (weakly interacting massive particle), нейтралино, аксионы, гравитино, монополи, зеркальная материя, первичные черные дыры и др. Одна из наиболее популярных в настоящее время моделей предполагает существование легчайшей суперсимметричной частицы — нейтралино. Тем не менее возможны и другие кандидаты, хотя для некоторых из них требуется наличие тонкой подгонки свойств, чтобы описать данные наблюдений.

Главное, что известно о темной материи — это ее бесстолкновительность, т. е. ее сечения негравитационного взаимодействия с обычным веществом малы. Это означает сложность проведения экспериментов по прямому детектированию, и в настоящее время твердо установлены лишь верхние границы, хотя некоторые коллаборации и сообщают о возможном обнаружении частиц темной материи [1, 2].

Одним из предполагаемых свойств частиц темной материи является возможность самоаннигиляции, если частица тождественна античастице. В этом случае появляется новый важный канал информации о темной материи во Вселенной. Поскольку интенсивность аннигиляции $\sim \rho^2$, где ρ — плотность темной материи, то это позволяет ограничить сингулярные распределения плотности темной материи в центрах галактик по результатам наблюдений верхних ограничений на продукты аннигиляции. Также возможно тестирование околопланетных гало темной материи по вкладу процесса аннигиляции в тепловой баланс планет [3, 4].

Во Вселенной темная материя доминирует в среднем над обычной, поэтому на ранних стадиях эволюции гравитационный потенциал нашей Галактики определялся темной материей. Однако обычное вещество за счет столкновительных процессов накапливалось вблизи минимума гравитационного потенциала и в настоящее время доминирует вблизи дна гравитационной ямы нашей Галактики. В процессе падения в гравитационном потенциале обычное вещество увлекает за собой и темную материю, что приводит к дополнительному сжатию гало темной материи вокруг нашей Галактики. Этот процесс называется барионным сжатием. Плотность темной материи в окрестности Солнечной системы в результате развития гравитационной неустойчивости во Вселенной и последующего барионного сжатия

$$\rho \sim 0{,}01 M_{\text{Солнца}}/\text{пк}^3 \sim 10^{-24}\ \text{г/см}^3 \sim 0{,}3\ \text{ГэВ/см}^3,$$

что оказывается порядка плотности обычного вещества. Указанное значение примерно в 10^6 раз больше среднего значения плотности

темной материи во Вселенной. Ближе к центру нашей Галактики доминирует обычное вещество, на периферии — темная материя. Многочастичные столкновения частиц темной материи в гравитационном потенциале Галактики приводят к достаточно быстрому установлению максвелловского распределения по скоростям с дисперсией ~ 220 км/с и средней скоростью частиц темной материи ~ 300 км/с.

Темная материя в Солнечной системе. Существует ряд процессов, приводящих к локальному увеличению плотности частиц темной материи в Солнечной системе и, в частности, образованию гало вокруг Солнца, планет и их спутников.

1. Барионное сжатие на этапе образования Солнечной системы. Данный механизм связан с образованием структур темной материи во время формирования Солнечной системы. Он аналогичен хорошо известному эффекту барионного сжатия во время образования крупномасштабной структуры Вселенной. Так как время свободного пролета частицы темной материи через Солнечную систему ($\sim 10^3$ лет) существенно меньше типичного времени эволюции Солнечной системы ($\sim 10^9$ лет), то влиянием этого эффекта можно пренебречь.

2. Гравитационно-столкновительный захват. В этом случае частицы теряют кинетическую энергию при непосредственном прохождении через космические тела за счет прямого взаимодействия с материей. Таким образом, при эффективном торможении частиц возможен переход на связанные орбиты даже в случае двухчастичных столкновений. В дальнейшем захваченная частица совершает несколько оборотов вокруг космического тела и в конце концов поглощается им. При этих процессах формируется гало частиц повышенной плотности вокруг космического тела. Размер и плотность возникающего гало существенно зависят от массы и взаимодействий рассматриваемых частиц. Например, в случае частиц темной материи с электрическим и магнитным зарядом гало вокруг Солнца образуется только для масс $\sim 10^{16}$ ГэВ. Размер гало — порядка нескольких солнечных радиусов. Плотность темной материи увеличивается в несколько раз. В 1999 г. T. Damour и L. M. Krauss [5] рассмотрели механизм, при котором частица может не поглощаться Солнцем после нескольких пролетов, и таким образом возможен большой накопительный эффект по времени для образования гало. Избежать поглощения позволяет рассмотрение частиц, которые тормозятся, проходя по краю Солнца, а в дальнейшем из-за эволюции орбиты благодаря взаимодействию с планетами их траектории не пересекают Солнце. В результате образуется новая популяция частиц на орбите Юпитера, плотность темной материи увеличивается в несколько раз.

3. Гравитационный механизм, не зависящий от прямого взаимодействия с материей. Чисто гравитационный захват космическими телами, т. е. переход частиц на связанные орбиты, возможен только в многочастичных столкновениях. Наиболее важным примером в Солнечной системе служит взаимодействие частиц с парой Солнце — Юпитер. В этом случае образуется новая популяция темной материи на орбите Юпитера. Однако эффективность захвата очень низка, поскольку скорость вращения Юпитера ($\sim$13 км/с) значительно меньше скорости частиц темной материи ($\sim$300 км/с), а также обратный процесс рассеяния оказывается очень существенным.

4. Бесстолкновительная фокусировка частиц в гравитационном поле Солнечной системы. Этот эффект связан с бесстолкновительной фокусировкой частиц в произвольном гравитационном поле. Величина эффекта существенно зависит от соотношения между скоростями частиц темной материи и скоростью гравитирующего тела. В случае если скорость тела меньше или порядка скоростей частиц, вокруг него образуется гало темной материи с профилем плотности

$$\rho \sim \sqrt{r},$$

где r — радиус в сферической системе координат. На поверхности Солнца коэффициент усиления плотности примерно равен 2. Так как частицы темной материи бесстолкновительные, то можем рассмотреть процесс образования гало также и внутри Солнца. В этом случае коэффициент усиления в центре составляет ≈ 5. Указанный механизм также формирует гало темной материи вокруг белых карликов и нейтронных звезд. На поверхности белого карлика плотность возрастает приблизительно в 20 раз, на поверхности нейтронной звезды — в 600 раз.

Однако наиболее интересно в физическом плане, если скорость гравитирующего тела существенно выше скоростей частиц темной материи. В этом случае возникает двумерная каустическая особенность. Распределение плотности материи вблизи каустики описывается выражением [6]

$$\rho \sim \sqrt{z}/a,$$

где z — расстояние от гравитирующего тела; a — полярный радиус, отложенный от линии каустики.

В данном случае резко возрастает интенсивность аннигиляционных процессов, для вероятности которых можно записать:

$$W \sim \int \rho^2 \, dV \sim \int a^{-1} \, da \sim \ln a.$$

Однако, как правило, гравитирующее тело и частицы темной материи имеют общую гравитационную историю, движутся в общем

гравитационном потенциале и обладают сравнимыми скоростями. Таким образом, для возникновения каустики необходим толчок скорости негравитационной природы. Одним из хорошо известных примеров являются вспышки сверхновых. В результате образуются нейтронные звезды со скоростями вплоть до 1000 км/с. Вторым примером служит теоретически предсказываемая популяция черных дыр, возникающая при слиянии двух черных дыр при определенных кинематических условиях, со скоростями вплоть до 10 000 км/с. Возможным проявлением такой черной дыры могло бы быть наблюдение продуктов аннигиляции в каустике.

Этот механизм был детально рассмотрен для системы Солнце — Земля [6, 7], так как возможная модуляция «зима — лето» могла бы существенно помочь в выделении полезного сигнала при прямом детектировании темной материи. Величина эффекта составляет $\approx 10\,\%$. Поскольку в данном случае эффект связан только с гравитационным взаимодействием, это явление также должно возникать при движении гравитирующего тела относительно газа любых частиц. И действительно, по результатам наблюдения данного эффекта была определена скорость движения Солнца относительно межзвездной среды [8].

Аномальные эффекты в Солнечной системе. В настоящее время в Солнечной системе существует ряд аномальных эффектов, которые могут рассматриваться как проявление неизвестных популяций гравитационных тел и требуют детального анализа всех теоретически возможных сценариев, в том числе возможного вклада от ожидаемых популяций темной материи [9]:

1) аномалия «Пионеров» — наблюдаемое аномальное ускорение аппаратов «Пионер-10 и -11» [10]:

$$a = (8{,}74 \pm 1{,}33) \cdot 10^{-10}\ \text{м/с}^2.$$

В свое время для объяснения было выдвинуто огромное количество гипотез, начиная от внутренних причин до космологических [10, 11]. Однако несколько лет назад был выполнен детальный расчет остывания аппаратов и асимметрии теплового излучения [12, 13]. Было показано, что для различных моделей до 67 % аномального ускорения может возникать благодаря асимметрии теплового излучения;

2) flyby-аномалия — аномальное изменение энергии шести космических аппаратов при гравитационном маневре в поле Земли [14]. Указанное изменение не удается объяснить традиционными эффектами. Предпринимались попытки привлечь для объяснения темную материю [15], однако для этого требуется очень специфичное гало темной материи вокруг Земли с коэффициентом усиления $\sim 10^{17}$;

3) увеличение астрономической единицы [16]. В работе [17] предпринята попытка объяснить эффект за счет приливного взаимодействия в системе Солнце — Земля, однако количественно описать явление не удалось.

Возможности проекта «РадиоАстрон». Одним из важных каналов информации о темной материи в Солнечной системе являются высокоточные наблюдения за движением планет. На основе этих данных установлены верхние пределы плотности темной материи на орбитах планет [18, 19]:

$$\rho \sim 10^{-17} \ldots 10^{-19} \text{ г/см}^3.$$

Современные модели Солнца также позволяют получить достаточно жесткие ограничения на обилие частиц темной материи внутри Солнца [20].

18 июля 2011 г. состоялся запуск Российской астрофизической обсерватории «Спектр-Р», созданной в рамках проекта «РадиоАстрон» [21]. Проект представляет собой радиотелескоп диаметром 10 м, позволяющий работать в режиме интерферометра с наземными телескопами. Уникальное угловое разрешение достигается за счет высоты орбиты вплоть до 350 000 км. Высокая точность результатов наблюдений будет обеспечена за счет использования бортового водородного стандарта частоты, проведения сеансов лазерной локации космического аппарата и, как следствие, высокоточного определения орбиты миссии. Также существенные результаты могут быть получены по данным корреляционной обработки сигналов при работе аппарата в режиме интерференции с наземными телескопами.

Одним из планируемых высокоточных экспериментов является измерение гравитационного красного смещения вдоль орбиты «РадиоАстрона». Сложная проблема выделения зависимости изменения фазы сигнала от влияния различных фоновых факторов (движение космического аппарата, влияние атмосферы на прохождение сигнала, технологические эффекты при реальной радиосвязи, неточность определения астрономических постоянных) будет решаться благодаря двум способам обмена несущим сигналом (космический аппарат — Земля и Земля — космический аппарат — Земля). Также важную роль при выделении полезного сигнала будет играть рассчитанная модуляция эффекта гравитационного красного смещения при движении аппарата.

По результатам корреляционной обработки данных, полученных при проведении сеансов интерферометрии космического телескопа с наземными, можно будет рассчитать разность хода часов на борту и на Земле и сравнить ее с величиной, вычисленной в рамках

общей теории относительности (ОТО). Ожидаемая точность определения временных задержек позволит экспериментально исследовать эффекты ОТО и возможные отклонения от нее (PPN-параметры).

Прецизионное определение элементов орбиты космического аппарата даст возможность детально исследовать гравитационные поля Земли и Луны для больших расстояний (порядка 400 000 км), что, в частности, позволит получить важнейшие ограничения на характеристики возможного гало темной материи вокруг Земли и Луны, а также детально изучить flyby-аномалию.

Заключение. Несмотря на то что до сих пор не удалось осуществить прямое детектирование темной материи, сегодня мы много знаем о ее свойствах и распределении во Вселенной. Любая современная модель темной материи должна удовлетворять ряду контрольных тестов. Теоретически предполагается существование нескольких механизмов локального увеличения плотности частиц темной материи в Солнечной системе. Коэффициент усиления — порядка нескольких единиц. Это, безусловно, важно для регистрации сигналов в детекторах частиц темной материи, но пока недостаточно для прямого детектирования темной материи по ее гравитационному проявлению.

Использование современного высокоточного оборудования на борту космического проекта «РадиоАстрон», проведение сеансов интерферометрии с наземными телескопами, а также высокоточное определение элементов орбиты позволят выполнить ряд прецизионных экспериментов по проверке ОТО, провести тестирование ряда теорий за рамками стандартных представлений, а также детально изучить некоторые аномальные явления, ранее наблюдавшиеся в Солнечной системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bernabei R. et al. First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI // Eur. Phys. J. — 2008. — Vol. C56. — P. 333, http://ru.arxiv.org/abs/0804.2741.
2. Ahmed Z. et al. Results from the Final Exposure of the CDMS Experiment, http://ru.arxiv.org/abs/0912.3592, 2009.
3. Abbas S., Abbas A. Volcanogenic Dark Matter and Mass Extinctions // Astropart. Phys. — 1998. — Vol. 8. — P. 317, http://xxx.itep.ru/abs/astro-ph/9612214.
4. Mark G.D., Beacom J.F., Bertone G. Towards closing the window on strongly interacting dark matter: Far-reaching constraints from Earths heat flow // Phys. Rev. D. — 2007. — Vol. 76. — P. 043523.
5. Damour T., Krauss L.M. New WIMP population in the Solar System and new signals for dark matter detectors // Phys. Rev. D. — 1999. — Vol. 59. — P. 063509.
6. Sikivie P., Wick S. Solar wakes of dark matter flows // Phys. Rev. D. — 2002. — Vol. 66. — P. 023504.

7. Ling F.S., Sikivie P., Wick S. Diurnal and Annual Modulation of Cold Dark Matter Signals // Phys. Rev. D. — 2004. — Vol. 70. — P. 123503, http://xxx.itep.ru/abs/astro-ph/0405231.
8. Курт В.Г., Миронова Е.Н., Берто Ж.Л., Далодье Ф. Атомы гелия в межзвездной и межпланетной среде // Космические исследования. — 1984. — Т. XXII, № 2. — С. 225.
9. Zammerzahl C., Preuss O., Dittus H. Is the physics within the Solar System really understood? http://ru.arxiv.org/abs/gr-qc/0604052, 2006.
10. Anderson J.D., Laing P.A., Lau E.L. et al. Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11 // Phys. Rev. D. — 2002. — Vol. 65. — P. 082004.
11. de Diego J.A., Nunez D., Zavala J. Pioneer anomaly? Gravitational pull due to the Kuiper belt // Int. J. Mod. Phys. — 2006. — Vol. D15. — P. 533, http://xxx.itep.ru/abs/astro-ph/0503368.
12. Toth V.T., Turyshev S.G. Thermal recoil force, telemetry, and the Pioneer anomaly // Phys. Rev. D. — 2009. — Vol. 79. — P. 043011, http://ru.arxiv.org/abs/0901.4597.
13. Bertolami O., Francisco F., Gil P.J.S., Paramos J. Thermal Analysis of the Pioneer Anomaly: A method to estimate radiative momentum transfer // Phys. Rev. D. — 2008. — Vol. 78. — P. 103001, http://ru.arxiv.org/abs/0807.0041.
14. Anderson J.D., Campbell J.K., Ekelund J.E. et al. Anomalous Orbital-Energy Changes Observed during Spacecraft Flybys of Earth // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 091102.
15. Adler S.L. Can the flyby anomaly be attributed to Earth-bound dark matter? // Phys. Rev. D. — 2009. — V. 79. — P. 023505, http://ru.arxiv.org/abs/0805.2895.
16. Krasinsky G.A., Brumberg V.A. Secular increase of astronomical unit from analysis of the major planet motions and its interpretation // Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy. — 2004. — Vol. 90. — P. 267.
17. Muira T., Arakida H., Kasai M., Kuramata S. Secular increase of the Astronomical Unit: a possible explanation in terms of the total angular momentum conservation law, 2008, http://ru.arxiv.org/abs/0905.3008.
18. Khriplovich I.B. Density of dark matter in Solar System and perihelion precession of planets // Int. J. Mod. Phys. — 2007. — Vol. D16. — P. 1475, http://ru.arxiv.org/abs/astro-ph/0702260.
19. Frere J.M., Ling F.S., Vertongen G. Bound on the dark matter density in the Solar System from planetary motions // Phys. Rev. D. — 2008. — Vol. 77. — P. 083005.
20. Kardashev N.S., Tutukov A.V., Fedorova A.V. Limits on the Mass of Dark Matter in the Sun from a Model for the Modern Sun and Its Previous Evolution // Astronomy Reports. — 2005. — Vol. 49. No. 2. — P. 134.
21. Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, проект «РадиоАстрон», http://radioastron.ru/.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.16

С.М.Коротаев, Е.О.Киктенко

ПРИЧИННОСТЬ ПРИ ДЕКОГЕРЕНЦИИ АСИММЕТРИЧНЫХ ЗАПУТАННЫХ СОСТОЯНИЙ

Рассмотрено применение квантового причинного анализа к асимметричным запутанным состояниям под действием двух моделей декогеренции — диссипации и деполяризации. Для каждой модели установлено соответствующее направление влияния на причинность. Получен вывод о более разрушительном воздействии декогеренции на запутанность в случае несовпадения направлений исходной (внутренней) причинности состояния и причинности возбуждаемой декогеренцией, по сравнению со случаем совпадения.

E-mail: korotaev@igemi.troitsk.ru, evgeniy.kiktenko@gmail.com

Ключевые слова: квантовая причинность, запутанность, декогеренция, квантовая информация, время.

Причинность — один из ключевых физических принципов, но, несмотря на важность, под ним подразумевается лишь запаздывание следствия относительно причины. Поскольку обычно сами понятия «причина» и «следствие» остаются формально неопределенными, условие запаздывания не является достаточным для реальной связи процессов.

Особую роль играет принцип причинности для квантовых запутанных состояний. С момента открытия явление запутанности привлекает внимание кажущимся нарушением основного постулата теории относительности об ограниченности скорости любого взаимодействия скоростью света. Действительно, квантовые корреляции осуществляются через пространственно-подобный интервал. Это возможно именно благодаря отсутствию локальных переносчиков взаимодействия. Однако ситуация остается достаточно странной, так как подобные корреляции означают возможность обращения времени. Вопрос удается обойти, если считать, что квантовые корреляции беспричинны. Но такой подход противоречит самой возможности передачи квантовой информации. На практике проблема пока отпадает просто в связи с необходимостью в целях квантовой коммуникации всегда использовать вспомогательный классический канал.

Из решения задачи формального определения причинно-следственной связи, первоначально мотивированного идеями причинной механики [1], был разработан метод классического причинного анализа [2]. Позже он был расширен на квантовую область и применен к различным запутанным состояниям [3–5]. В настоящей работе рассматривается его применение к асимметричным квантовым системам,

подверженным декогеренции. Это позволяет глубже понять процессы, происходящие в запутанных состояниях, и роль асимметрии при передаче квантовой информации.

Процесс декогеренции является ключевой проблемой, стоящей на пути реализации квантовых вычислений и построения квантовых компьютеров. Именно поэтому изучение механизмов разрушения запутанности очень важно для физики квантовой информации. В работе [6] ставится вопрос о влиянии асимметрии запутанного состояния на его устойчивость под воздействием различных вариантов декогеренции. В качестве асимметричной системы рассматривалось двухкубитное запутанное состояние ρ_{AB}, включающее две подсистемы — A и B и определяемое неравенством

$$S_B < S_{AB} < S_A, \tag{1}$$

связывающим энтропии фон Неймана составных частей и системы в целом. В связи с тем, что неравенство $S_{AB} < S_A$ выполнимо лишь для квантовых систем, подсистема A условно была названа «квантовой», а подсистема B, в противоположность ей, — «классической». Рассматривалась модель взаимодействия подсистем A и B между собой с одновременным взаимодействием одной из них с внешней средой. В результате вычислений в работе [6] получен вывод о том, что декогеренция «классической» подсистемы может быть более «болезненной» с точки зрения разрушения запутанности системы, чем декогеренция «квантовой» подсистемы. Это противоположное интуиции явление было названо аномальным разрушением запутанности (anomalous entanglement decay).

В первую очередь коротко рассмотрим основные принципы квантового причинного анализа, затем — его применение к асимметричным состояниям под действием декогеренции.

Квантовый причинный анализ. Данный метод, являющийся расширением классического причинного анализа [2], основан на идее наличия информационной асимметрии между процессами с причинно-следственной связью. Основную идею причинного анализа можно сформулировать следующим образом: процесс, соответствующий причине, информационно сильнее влияет на процесс, соответствующий следствию, чем наоборот. Математически данное утверждение формализуется с помощью функций независимости

$$i_{A|B} = \frac{S_{A|B}}{S_A}; \quad i_{B|A} = \frac{S_{B|A}}{S_B}, \tag{2}$$

где S_A, S_B, $S_{A|B}$, $S_{B|A}$ — соответствующие безусловные и условные энтропии для переменных A и B (энтропии Шеннона для классических переменных и фон Неймана — для квантовых). Легко увидеть,

что в классической области эти функции могут принимать значения на отрезке $[0, 1]$. Смысл функций независимости хорошо просматривается из предельных значений: $i_{A|B} = 1$ означает полную независимость A от B; $i_{A|B} = 0$ означает возможность однозначного определения значений A по значениями B (но не наоборот). В общем случае $i_{A|B} \neq i_{B|A}$, что соответствует наличию причинной связи.

Как показано в работах [3, 4], для квантовых переменных функции независимости могут приобретать значения на отрезке $[-1, 1]$, что связано с возможностью существования отрицательных условных энтропий. В качестве меры причинности используется величина c_2, определяющая скорость необратимого потока информации от подсистемы A к подсистеме B (обозначение следует традиции [1], где впервые, хотя и в менее строгих терминах, введен псевдоскаляр хода времени того же смысла):

$$c_2 = k\frac{(1 - i_{A|B})(1 - i_{B|A})}{i_{A|B} - i_{B|A}}, \tag{3}$$

где $k = \Delta r/\delta t$ — размерный множитель, определяемый эффективным расстоянием между подсистемами Δr и временем брахистохронной эволюции δt (подробный вывод уравнения (3) представлен в работах [3, 4]). На основании скорости необратимого потока информации вводится формальное определение причинности: *причиной A и следствием B называют процессы, для которых* $c_2 > 0$. Отрицательные значения c_2 означают, что B является причиной, а A — следствием. Отсутствию причинности соответствует $|c_2| \to \infty$. Таким образом, чем меньше $|c_2|$, тем сильнее причинная связь. Как показано в работах [3, 4], множитель k не имеет принципиального значения для понимания поведения причинности и в настоящей работе принят равным единице.

В работе [7] Крамер впервые (хотя только на вербальном уровне) различил принципы сильной и слабой причинности. Наш подход позволяет провести это различие просто и формально. Сильная (локальная) причинность соответствует привычному условияю запаздывания τ реакции следствия на причину:

$$c_2 > 0 \Rightarrow \tau > 0, \quad c_2 < 0 \Rightarrow \tau < 0, \quad |c_2| \to \infty \Rightarrow \tau \to 0. \tag{4}$$

В случае необязательности выполнения аксиомы (4) причинность является слабой (нелокальной). Направление причинной связи попрежнему определяется знаком (3), но разрешено как запаздывание, так и опережение.

Квантовые корреляции часто трактуются как мгновенные и непричинные. Наш подход включает такую трактовку как частный случай.

Действительно, в работах [3, 4] показано, что для любых симметричных запутанных состояний (и, следовательно, всех двухсоставных чистых состояний) $|c_2| \to \infty$. Однако в случае смешанных состояний c_2 может принимать конечные значения.

Отметим, что в дальнейшем не будем использовать аксиому (4), таким образом, обращение времени разрешено.

Причинность и запутанность при различных вариантах декогеренции. Аналогично [6] рассмотрим общий вид асимметричного запутанного двухкубитного состояния:

$$\rho_{AB}^{asym} = q|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + (1-q)|\psi_2\rangle\langle\psi_2|, \tag{5}$$

где $|\psi_1\rangle = a|00\rangle + \sqrt{1-a^2}|11\rangle$ и $|\psi_2\rangle = a|01\rangle + \sqrt{1-a^2}|10\rangle$ — чистые запутанные состояния.

Зададим значения параметров: $q_0 = 0{,}6$, $a_0^2 = 0{,}75$. Тогда для получившегося состояния $\rho_{AB}^0 = \rho_{AB}^{asym}\big|_{a=a_0, q=q_0}$ будем иметь $S_B = 0{,}562$, $S_{AB} = 0{,}673$ и $S_A = 0{,}688$. Таким образом, значения энтропий удовлетворяют неравенству (1) и система является «квантово-классической». Для данного состояния $c_2 = 4{,}590 > 0$, т. е. причинная связь имеет направление $A \to B$.

Теперь рассмотрим две простейшие модели декогеренции исходного состояния ρ_{AB}^0: диссипацию и деполяризацию. Согласно [8, 9] процесс диссипации сводится к следующей трансформации матричных элементов подсистемы, подвергшейся декогеренции:

$$\begin{gathered} |0\rangle\langle 0| \to |0\rangle\langle 0|, \\ |1\rangle\langle 1| \to (1-p)|1\rangle\langle 1| + p|0\rangle\langle 0|, \\ |1\rangle\langle 0| \to \sqrt{1-p}|1\rangle\langle 0|, \\ |0\rangle\langle 1| \to \sqrt{1-p}|0\rangle\langle 1|, \end{gathered} \tag{6}$$

где $p \in [0, 1]$, — параметр, определяющий степень декогеренции. Таким образом, полная диссипация переводит декогерирующую подсистему в состояние с матрицей плотности $|0\rangle\langle 0|$, соответствующая энтропия фон Неймана которой равна нулю.

На рис. 1, (а) показано поведение скоростей необратимого потока информации $c_2^{\mathrm{dis}A}(p)$ и $c_2^{\mathrm{dis}B}(p)$ в ситуациях, когда диссипации подвергаются подсистемы A и B соответственно. В первом случае наблюдается разрыв при $p = 0{,}444$, где $c_2^{\mathrm{dis}A}(p)$ меняет знак, что соответствует изменению направления причинности с $A \to B$ на $B \to A$. Далее с ростом p происходит усиление причинной связи до максимально возможного значения: $c_2^{\mathrm{dis}A}(p) \to 0$ при $p \to 0$. В случае диссипации B происходит лишь монотонное усиление изначальной причинности $A \to B$ до максимального значения. На основании получен-

ных результатов можем заключить, что при диссипации (6) подсистема, подверженная декогеренции, становится стоком информации, т. е. следствием.

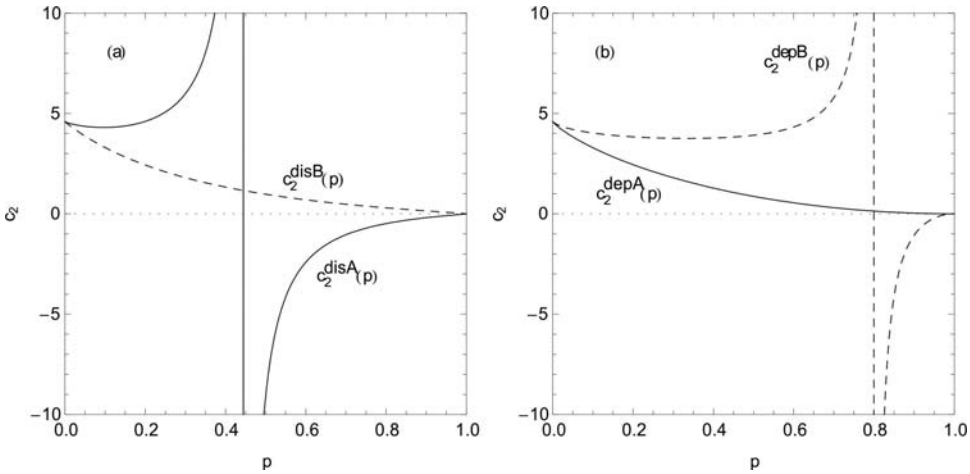


Рис. 1. Скорости необратимого потока информации c_2 при различных вариантах декогеренции:

(a) — при диссипации (6) подсистемы A (сплошная кривая) и подсистемы B (штриховая кривая); (b) — при деполяризации (7) подсистемы A (сплошная кривая) и подсистемы B (штриховая кривая)

Модель деполяризации может быть представлена в виде следующей трансформации матричных элементов [8, 9]:

$$\begin{aligned} |0\rangle\langle 0| &\to (1-p)|0\rangle\langle 0| + \boldsymbol{I}/2, \\ |1\rangle\langle 1| &\to (1-p)|1\rangle\langle 1| + \boldsymbol{I}/2, \\ |1\rangle\langle 0| &\to (1-p)|1\rangle\langle 0|, \\ |0\rangle\langle 1| &\to (1-p)|0\rangle\langle 1|, \end{aligned} \tag{7}$$

где параметр $p \in [0, 1]$ также определяет степень декогеренции, а $\boldsymbol{I}$ — единичная матрица. При полной деполяризации исходная матрица плотности преобразуется в матрицу $\boldsymbol{I}/2$, которой соответствует максимально возможная (при размерности 2×2) энтропия 1 бит.

Поведение причинностей при деполяризации различных частиц представлено на рис. 1, (b). Видно, что ситуация здесь диаметрально противоположная: в случае декогеренции A происходит монотонное усиление причинной связи до максимального значения, а в случае декогеренции B — инверсия направления причинности от $A \to B$ на $B \to A$ при $p = 0{,}8$. Таким образом, заключаем, что при деполяризации (7) подсистема, подверженная декогеренции, становится источником информации, т. е. причиной.

Теперь рассмотрим поведение запутанности в четырех, рассмотренных выше, вариантах декогеренции. В качестве меры запутанности будем использовать согласованность [10]. Для исходного состояния ρ^0_{AB} ее значение равно 0,173. На рис. 2, (a) представлено поведение согласованностей $C^{\mathrm{dis}A}(p)$ и $C^{\mathrm{dis}B}(p)$ под действием диссипации на подсистемы A и B соответственно. В обоих случаях происходит разрушение запутанности, но при диссипации A оно идет интенсивнее: $C^{\mathrm{dis}A}(p) < C^{\mathrm{dis}B}(p)$ при $p > 0$. Таким образом, приходим к заключению, что для диссипации наиболее уязвимой является «квантовая» подсистема A. В случае деполяризации, представленном на рис. 2, (b), ситуация противоположна: при $p > 0$ $C^{\mathrm{dep}B}(p) < C^{\mathrm{dep}A}(p)$. Таким образом, более уязвимой для деполяризации является «классическая» подсистема, и мы как раз сталкиваемся с явлением «аномального разрушения запутанности», ранее описанном в работе [6] при более сложной модели деполяризации (включающей также периодическую эрмитову эволюцию).

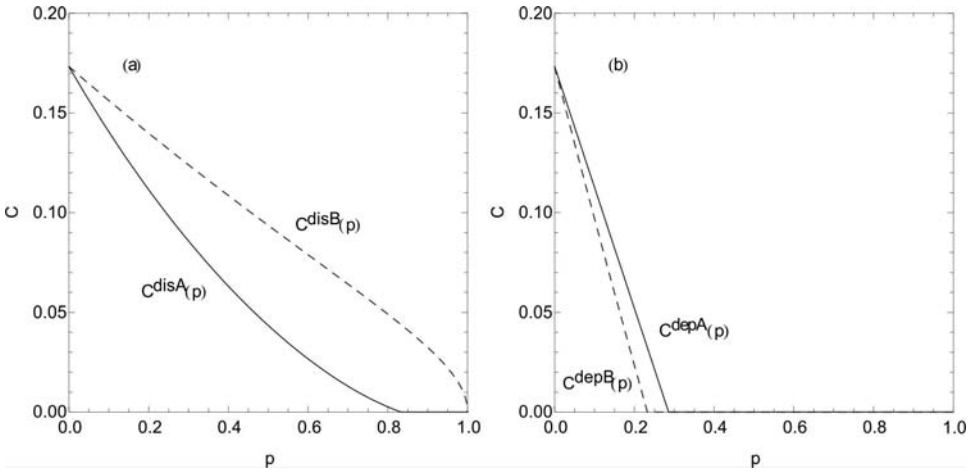


Рис. 2. Согласованность C как мера запутанности при различных вариантах декогеренции:

(a) — при диссипации (6) подсистемы A (сплошная кривая) и подсистемы B (штриховая кривая); (b) — при деполяризации (7) подсистемы A (сплошная кривая) и подсистемы B (штриховая кривая)

Теперь сравним поведение причинностей (см. рис. 1) и согласованностей (см. рис. 2). Легко просматривается следующее правило: *с точки зрения разрушения запутанности для асимметричного состояния более деструктивен процесс декогеренции*, *при котором происходит изменение направления исходной причинной связи*, *по сравнению со случаем ее сохранения*. Именно такая ситуация имеет место при диссипации «квантовой» подсистемы A и деполяризации «классической» подсистемы B. Таким образом, относительная уязвимость

подсистем определяется соответствием исходного направления причинности внутри асимметричного состояния и направления причинности, создаваемой данным вариантом декогеренции. Образно говоря, декогеренция менее разрушительна для запутанности, если она «гладит систему не против шерсти».

Выводы. В результате применения квантового причинного анализа к асимметричным состояниям, установлено, что:

• степень асимметрии квантового состояния может характеризоваться величиной скорости необратимого потока информации c_2;

• различные варианты декогеренции характеризуются своим влиянием на причинность: под действием диссипации соответствующая подсистема становится следствием (информационным стоком), под действием деполяризации — причиной (информационным источником);

• асимметричная система более уязвима с точки зрения разрушения запутанности в случае несовпадения направлений исходной причинной связи и причинной связи, возбуждаемой декогеренцией, по сравнению со случаем совпадения.

Полученные выводы применимы ко всем асимметричным состояниям (для которых $S_A \neq S_B$), а не только к «квантово-классическим» (характеризующимся неравенством (1)), которые были использованы в данной работе в качестве простого и наглядного примера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kozyrev N. A. On the possibility of experimental investigation of the properties of time // In: Time in Science and Philosophy. — Prague, Academia, 1971. — P. 111–132.
2. Коротаев С. М. О возможности причинного анализа геофизических процессов // Геомагнетизм и аэрономия. — 1992. — Т. 32, № 1. — С. 27–33.
3. Korotaev S. M., Kiktenko E. O. Causal analysis of the Quantum States // Search for Fundamental Theory: AIP Proc. — 2010. — Vol. 295. — P. 1316.
4. Коротаев С. М., Киктенко Е. О. Причинный анализ квантовых запутанных состояний // Вестн. МГТУ. Сер. Естественные науки. — 2010. — Ч. I, № 3. — С. 35–55; Ч. II, № 4. — С. 29–47.
5. Коротаев С. М., Киктенко Е. О. Причинность в запутанных состояния. // Вестник МГТУ. Сер. Естественные науки. — 2011. — № 3. — С. 90–107.
6. Życzkowski K., Horodecki P., Horodecki M., Horodecki R. Dynamics of quantum entanglement // Phys. Rev. A. — 2002. — Vol. 65. — P. 012101.
7. Cramer J. G. Generalized absorber theory and Einstein — Podolsky — Rosen paradox // Phys. Rev. D. — 1980. — Vol. 22. — P. 362–376.
8. Jang S. S., Cheong Y. W., Kim J., Lee H.-W. Robustness of multiparty nonlocality to local decoherence // Phys. Rev. A. — 2006. — Vol. 74. — P. 062112.
9. Song W., Chen Z.-B. Invariant information and complementary in high-dimensional states // Phys. Rev. A. — 2007. — Vol. 76. — P. 014307.
10. Wootters W. K. Entanglement of formation of an arbitrary states of two qubits // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 80. — P. 2245–2248.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.19;531.26;539.12

В.М.Корюкин

К ВОПРОСУ О ФИЗИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ЛОБАЧЕВСКОГО — ЧЕРНИКОВА И ЕГО РОЛИ В ТЕОРИИ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Предложен, учитывая конечность длины когерентности в реальном мире, для произвольных фундаментальных взаимодействий на достаточно больших расстояниях использовать единую форму потенциала, полученную в рамках квантового подхода. Для объяснения конечности радиуса взаимодействия использована гипотеза о значительном фоне частиц, присутствующих во Вселенной в основном (вырожденном) состоянии при сверхнизкой температуре и проявляющих себя лишь посредством слабых взаимодействий.

E-mail: kvm@marsu.ru

Ключевые слова: фоновые фермионы Вселенной, потенциал гравитационного поля Лобачевского — Черникова.

Введение. Считается, чтов стандартной модели Вселенной фоновые нейтрино играют незначительную роль вследствие их предполагаемой низкой плотности. Данное предположение не может быть подтверждено в прямых экспериментах по неупругому рассеянию в связи с высоким энергетическим порогом реакций, что позволяет рассматривать альтернативные модели и в первую очередь с привлечением «стерильных» нейтрино (нейтрино и антинейтрино с поляризацией, противоположной наблюдающейся при неупругом рассеянии) [1]. В результате предполагаемая высокая плотность «стерильных» нейтрино при достаточно низкой плотности «нормальных» нейтрино (что приводит к наблюдаемому нарушению пространственной четности слабых взаимодействий) может быть объяснена спонтанным нарушением симметрии, характеризующим физическую систему при низкой температуре, оценкой которой является температура микроволнового радиоизлучения Вселенной.

При таком рассмотрении имеет смысл перейти к гравитационному потенциалу Лобачевского — Черникова, форма которого предполагает квантовый характер нулевых колебаний в нейтринной среде [2]. Заметим, что асимптотическое поведение потенциала Лобачевского — Черникова будет сводиться к поведению потенциала Юкавы, который был введен для описания короткодействующих ядерных сил (подобный потенциал используют и для описания короткодействующих электромагнитных сил в плазме). Вследствие этого постоянные в гравитационном потенциале Лобачевского — Черникова должны определяться поляризационными свойствами среды из слабовзаимодействующих частиц в вырожденном состоянии.

В стандартной формулировке квантовой механики основную роль играет уравнение Шредингера, при построении гамильтониана в котором следует придерживаться его соответствия с энергией данной физической системы в классической механике. И здесь немаловажную роль будет играть выбор формы потенциальной энергии, которая, как правило, задается по определению. Для двух дальнодействующих сил как в гравитации, так и в электростатике простота формы потенциалов, определяющих бесконечность их радиуса действия, долгое время была неоспоримой, поэтому особое значение придается выдвинутой Н. А. Черниковым гипотезе о конечности радиуса действия гравитационных сил. В результате, если радиус взаимодействия достаточно велик, так чтобы в окрестности макроскопических тел выполняется теория Ньютона, то можно устранить к тому же и инфракрасные расходимости, неизбежно возникающие при стандартном подходе.

Для утверждения своей гипотезы Н. А. Черников предложил заменить 3-мерное фоновое пространство Евклида на пространство Лобачевского постоянной отрицательной кривизны. В этом случае, решая уравнение Лапласа, можно получить потенциал гравитационного поля, который отвечает необходимым свойствам на больших расстояниях, а в пределе при стремлении кривизны пространства Лобачевского к нулю переходит в гравитационный потенциал Ньютона. Считая, что найденный потенциал имеет самостоятельную ценность, предлагаем его определять из постулата квантовой теории произвольных взаимодействий (взаимодействие между частицами генерируется обменом бозонов). Аналогичный формализм нахождения потенциала следует применять и в электростатике. Поэтому электромагнитные силы в вакууме также должны иметь конечный, но достаточно большой радиус действия.

Если вспомнить трудности, которые возникали при построении квантовой теории сильных взаимодействий (были устранены с появлением квантовой хромодинамики), то нетрудно заметить, что с похожей ситуацией ученые столкнулись и при создании квантовой теории гравитации. В этой связи можно сделать предположение, что, как и ядерные силы Юкавы, гравитационные взаимодействия не являются фундаментальными и на достаточно малых расстояниях носят принципиально иной характер, позволяющий описывать их калибровочными полями векторного типа. Это тем более очевидно, что гравитационная постоянная $G_N \approx 6{,}7 \cdot 10^{-39}$ ГэВ$^{-2}$ (будем использовать систему единиц $h/(2\pi) = c = 1$, где h — постоянная Планка; c — скорость света) является подозрительно малой величиной и к тому же размерной (как известно, последнее препятствовало построению перенормируемой квантовой теории).

Прежде чем строить теорию индуцированной гравитации на основе гипотетических взаимодействий и гипотетических частиц, необходимо было проверить возможность использования для этого известных частиц и известных взаимодействий [3]. Естественно, что в этом случае нейтрино являются наиболее подходящими частицами, учитывая их проникающую способность, которая позволяет им взаимодействовать со всем веществом макроскопического тела, а не только с поверхностным слоем. Как известно [4], уже в 1930-х годах Гамов и Теллер предлагали использовать нейтрино для объяснения гравитационных эффектов, однако их механизм предусматривал прямой обмен парами, состоящими из нейтрино и антинейтрино, и поэтому не соответствует современным концепциям теории взаимодействий.

Появившиеся спустя полвека работы Е. П. Башкина [5] по распространению спиновых волн в поляризованных газах позволили сделать предположение [3], что и в нейтринной среде при определенных условиях возможны аналогичные коллективные колебания. Это, в свою очередь, заставило нас обратить внимание на нейтрино различных ароматов (под которыми будем понимать также и антинейтрино), заполняющие Вселенную. Поскольку предполагаемая эффективная температура $T_\circ \sim 10^{-13}$ ГэВ (оценкой которой может служить температура космического микроволнового фона, обнаруженного Пензиасом и Вилсоном в 1964 г.) фоновых нейтрино является достаточно низкой, то выполняется одно из условий ($\lambda_\nu \gg r_w$, где λ_ν — длина волны, а r_w — радиус слабого взаимодействия нейтрино) распространения спиновых волн в поляризованных газах [5]. В результате квантовые эффекты становятся определяющими в такой среде, а интерференция нейтринных полей (являющаяся следствием известной тождественности элементарных частиц) должна вызывать квантовые биения.

Квантовая теория гравитационного взаимодействия. В экспериментах по распространению спиновых волн в газах [5] главную роль отводили их поляризации, для чего использовали как магнитные поля, так и «лазерную накачку». Эту же роль, по нашему мнению, в кулоновском взаимодействии выполняют поперечные виртуальные фотоны, в то время как продольные виртуальные фотоны обеспечивают «правильную» зависимость от пространственных координат [6]. При получении гравитационного взаимодействия аналогом может служить «нейтринная накачка», а главную роль для «правильной» пространственной зависимости должны играть кванты продольных колебаний. Учитывая выше сказанное, можно предположить, что энергия гравитационного взаимодействия должна зависеть от числа частиц и квазичастиц, участвующих в этом взаимодействии. При этом ее зависимость от пространственных координат определяется средним

числом квазичастиц — бозонов, которыми обмениваются две взаимодействующие реальные частицы.

В результате, если n — число бозонов, а $x > 0$, то

$$V = -A\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-nx} \Bigg/ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = A\frac{d}{dx}\ln\left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}\right) =$$
$$= A\frac{d}{dx}\ln\left(\frac{1}{1-e^{-x}}\right) = -A\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} = -\frac{A}{e^{x}-1} \quad (1)$$

(естественно, что здесь мы имеем лишь аналог распределения Гиббса для идеального газа квазичастиц и, кроме того, не исключается зависимость A от x), где в общем случае

$$A = \int \rho_1\sigma_\nu\rho_\nu\sigma_\nu\rho_2\, dV_1\, dV_2 \quad (2)$$

Где ρ_1 — плотность частиц первого и второго макроскопического тела, ρ_2 — соответственно, σ_ν — сечение рассеяния фоновых нейтрино на частицах макроскопического тела. ρ_ν — плотность тех фоновых нейтрино Вселенной, взаимодействием с которыми нельзя пренебречь. Считая ρ_ν и σ_ν постоянными величинами и используя стандартную калибровку [6], получаем:

$$A = 2m_1\sigma_\nu\rho_\nu\sigma_\nu 2m_2 = 4m_1m_2\rho_\nu\sigma_\nu^2. \quad (3)$$

При таком рассмотрении имеет смысл перейти к потенциалу Лобачевского — Черникова [7] для гравитационного взаимодействия макроскопических тел (релятивистское обобщение гравитационного взаимодействия было предложено Н. А. Черниковым в 1990-х годах [8]), расположенных между собой на достаточно большом расстоянии. В этом случае форма энергии

$$V(r) = \frac{G_N m_1 m_2}{L}\left(1 - \operatorname{cth}\frac{r}{L}\right) =$$
$$= -\frac{2G_N m_1 m_2}{L}\frac{e^{-2r/L}}{1-e^{-2r/L}} = -\frac{2G_N m_1 m_2}{L}\frac{1}{e^{2r/L}-1} \quad (4)$$

(где m_1, m_2 — массы макроскопических тел; L — постоянная Лобачевского) будет предполагать квантовый характер нулевых (вакуумных) колебаний и, как и в формуле (1), зависеть не только от числа квазичастиц, но и от числа реальных частиц. Естественно, что

$$\lim_{L\to\infty} V(r) = \lim_{L\to\infty}\left(-\frac{2G_N m_1 m_2}{L}\frac{1}{e^{2r/L}-1}\right) = -\frac{G_N m_1 m_2}{r}. \quad (5)$$

Заметим, что асимптотическое поведение потенциала Лобачевско-

го — Черникова будет сводиться к поведению потенциала Юкавы

$$U(r) = -Ce^{-Br}/r \quad (B = 2/L), \tag{6}$$

который был введен для описания короткодействующих ядерных сил (подобный потенциал используют и для описания короткодействующих электромагнитных сил в плазме). Вследствие этого, постоянная Лобачевского L должна определяться поляризационными свойствами вакуума (среды из слабовзаимодействующих частиц в вырожденном состоянии). При этом отметим, что $G_N \sim \sigma_\nu$ [9].

Кроме того, для потенциала Ньютона имеет место парадокс Зелигера (для вещества, распределенного в бесконечной Вселенной со средней плотностью ρ, полный гравитационный потенциал $U(r)$ расходится). Нетрудно заметить, что при тех же самых условиях,

$$\int\limits_0^{2\pi} d\Phi \int\limits_0^{\pi} \sin\Theta\, d\Theta \int\limits_0^{\infty} \frac{G_N\rho}{L}\left(1 - \operatorname{cth}\frac{r}{L}\right) r^2 dr = -G_N\rho\pi L^2\Gamma(3)\zeta(3), \tag{7}$$

($\Gamma(3) = 2$, $\zeta(3) \approx 1{,}202$; ρ — средняя плотность барионной материи во Вселенной), в результате чего для потенциала Лобачевского — Черникова расходимость отсутствует. Это очевидно, так как длина когерентности, обеспечивающая данный результат и характеризующая по нашему мнению любое взаимодействие, в реальном мире не может быть бесконечной.

Итак, предполагая квантовый характер гравитационного взаимодействия и учитывая отсутствие гравитонов в экспериментальных данных, будем считать их квазичастицами. Это дает нам возможность записать гравитационный потенциал в общем случае в виде

$$U(r) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{A_i}{e^{B_i r} - 1}. \tag{8}$$

Наиболее целесообразно данный потенциал использовать в космических масштабах (считая движение галактики броуновским) для поиска параметров A_i и B_i, характеризующих нейтринный фон для различных областей Вселенной.

Пусть в формуле (1) для макроскопических расстояний

$$x = 2\rho_\nu\sigma_\nu r. \tag{9}$$

Тогда постоянной Лобачевского в формуле (4) можно придать следующую физическую интерпретацию:

$$L \propto 1/(\sigma_\nu\rho_\nu). \tag{10}$$

Более того, учитывая астрономические данные, можно ограничить ее величину размерами сверхскоплений галактик.

Итак, как минимум два параметра (G_N, L), должны характеризовать гравитационное взаимодействие в космологии, а также состояние нейтринного фона Вселенной (так как они зависят от σ_ν и ρ_ν). В такой среде время релаксации является достаточно большим, что делает флуктуации плотности материи значительными и может привести к наблюдаемым эффектам.

Заключение. Принимая во внимание однородность распределения галактик во Вселенной на расстояниях, превышающих 100 Мпк ($> 10^{40}$ ГэВ$^{-1}$), будем предполагать, что большая часть нейтрино присутствует в форме многокомпонентной Ферми-жидкости при температурах ниже 3 К ($< 10^{-12}$ ГэВ). В результате с обычной материей могут взаимодействовать лишь те нейтрино, которые находятся вблизи поверхности Ферми (энергия ε которых достаточно мало отличается от энергии Ферми ε_F).

В этом случае удобнее рассматривать не частицы, а квазичастицы и дырки, которые, как и нейтрино, являются фермионами и энергия которых $\omega = |\varepsilon - \varepsilon_F|$. Тогда средняя энергия ω может быть вычислена по формуле

$$\langle\omega\rangle = \int\limits_0^\infty \frac{\omega^3\,d\omega}{\exp(\omega/T_\circ)+1} \Bigg/ \int\limits_0^\infty \frac{\omega^2\,d\omega}{\exp(\omega/T_\circ)+1} \approx 3{,}15T_\circ, \qquad (11)$$

Что приводит к квадратичной зависимости сечения рассеяния фоновых нейтрино на частицах макроскопического тела от температуры фоновых нейтрино ($\sigma_\nu \propto T_\circ^2$).

При такой низкой температуре фоновых нейтрино должно происходить их спаривание, что приведет к образованию бозе-жидкости из таких пар и должно отразиться на движении галактик, которое интерпретируется как присутствие темной материи. Именно поэтому поиски частиц темной материи в лабораторных условиях и не принесли успеха. Вряд ли плотность бозе-жидкости постоянна, поэтому изучение ее флуктуаций должно стать одной из интереснейших задач внегалактической астрономии.

Итак, мы отказались считать вакуум Вселенной стерильным. Это позволяет применить потенциал, имеющий обоснование с квантовых позиций, в форме (8) для произвольных взаимодействий на достаточно больших расстояниях. Естественно, что постоянные A_i и B_i должны зависеть от параметров, характеризующих элементарные частицы, которые присутствуют в рассматриваемой пространственной области как в основном, так и возбужденном состоянии. Учитывая отрицательный опыт интерпретации потенциала Юкавы (постоянная B_i была связана с массой π-мезона), постоянную $1/B_i = R_i$ свяжем не с

величиной, обратной массе конкретной элементарной частицы, а с длиной когерентности данного взаимодействия в области пространства. Конечно в исключительных случаях (рассматривая гравитационное и электромагнитное взаимодействия) имеет смысл считать длину когерентности бесконечной (классическое описание, когда $B \to 0$ в формуле (6)), но в общем случае этого делать не следует, так как тогда мы столкнемся с инфракрасными расходимостями. Отметим, что именно поэтому для их устранения в квантовой электродинамике вводят конечную (ненулевую) массу фотона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Koryukin V. M. The confinement and the dark matter of the Universe // In the book: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics: Proceedings of the XIX International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems (Dubna, September 29 — October 4, 2008). — Dubna: JINR, 2008. — Vol. I. — XVI, 325 p. — P. 61–66.
2. Koryukin V. M. On the role of the neutrinos by the quantum theory construction of the gravitational interaction // Abstructs of International Conference on Modern Problems of Gravitation, Cosmology and Relativistic Astrophysics (PFUR, Moscow, RUSSIA, 27 June — 3 July, 2010). — M.: PFUR, 2010. — 152 p. — P. 59–60.
3. Koryukin V. M. Gravitation and Weak Interactions in the Gauge Fields Covariant Theory // Proceedings of III International Symposium on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei (JINR, Dubna, Moscow Region, RUSSIA, June 16–22, 1992). Edited by Ts. D. Vylov. — Singapore, New Jersey, London, Hongkong: World Scientific, 1992. — P. 456–458.
4. Gamow G., Teller E. Some Generalizations of the β Transformation Theory. // Phys. Rev. — 1937. — Vol. 51, No. 4. — P. 289.
5. Башкин Е. П. Спиновые волны в поляризованных парамагнитных газах // Письма в ЖЭТФ. — 1981. — Т. 33, Вып. 1. — С. 11–14.
6. Фейнман Р. Теория фундаментальных процессов. — М.: Наука, 1978. — 200 с.
7. Черников Н. А. Геометрия Лобачевского и закон всемирного тяготения // Труды IV Семинара Гравитационная энергия и гравитационные волны (Дубна, 14–16 октября 1991). — Дубна: ОИЯИ, ЛТФ, 1992. — С. 3–21.
8. Черников Н. А. Четыре варианта теории тяготения с двумя аффинными связностями // Труды V Семинара Гравитационная энергия и гравитационные волны (Дубна, 16–18 мая 1992). — Дубна: ОИЯИ, ЛТФ, 1993. — С. 250–253.
9. Корюкин В. М. Эффект Казимира, гравитация и реликтовые нейтрино // Известия вузов. Физика. — 1996. — № 10. — С. 119–120.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.121.7+53.082.5+53.087/.088

В. А. Крысанов

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ЛАЗЕРНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ

Предложен концептуальный подход, предполагающий описание и изучение измерителя механических колебаний как относительно самостоятельного функционального узла детектора гравитационных волн. Рассмотрены два схемных варианта лазерного измерителя малых колебаний на основе резонатора Фабри — Перо. Проведен сравнительный анализ потенциальной чувствительности схемных вариантов, определяемой дробовым шумом фотоэлектронов, а также предварительные расчеты и сравнительные оценки вкладов от технических источников шума: электронного предварительного усилителя, фотоприемника, флуктуаций частоты и мощности лазера. В измерителе, реализованном в проекте ОГРАН, учтен вклад в чувствительность шумов дискриминаторного канала. Для данного измерителя получен теоретический прогноз чувствительности, учитывающий энергетические потери излучения в интерферометрах. Показано, что к параметрам дискриминатора предъявляются повышенные требования. Представлены численные оценки чувствительности пилотной модели измерителя по проекту ОГРАН.

E-mail: krysanov@mail.ru

Ключевые слова: гравитационные волны, интерферометр Фабри — Перо, спектр, лазер, резонатор, чувствительность, малые колебания.

ГАИШ МГУ, Институтом лазерной физики (ИЛФ) РАН и ИЯИ РАН совместно разрабатывают по проекту ОГРАН твердотельный детектор гравитационных волн с лазерной системой регистрации. В соответствии с астрофизическим прогнозом предполагается, что гравитационная волна в виде короткого импульса в определенном спектральном диапазоне создает вынуждающую силу, возбуждающую акустические колебания массивного акустического резонатора [1,2]. Колебания регистрируются измерителем (схемой регистрации) малых смещений, входящим в состав детектора; на торцах резонатора жестко закреплены зеркала интерферометра Фабри — Перо. Изменения базы интерферометра приводят к вариациям его собственных оптических частот, которые регистрируются оптоэлектронной схемой.

В работе [3] представлены результаты испытаний пилотной модели детектора с относительно малыми длиной и массой акустического резонатора. Проводимые исследования носят методический характер; отрабатываются совместно все функциональные узлы. При этом одной из целей исследования является отработка аналитического радиофизического описания функционирования прибора.

Основы анализа детектора с лазерной системой регистрации предложены в работе [4]. Специализированная теоретическая база проекта

ОГРАН как неохлаждаемого варианта детектора представлена в работе [5]. В качестве аналога можно указать схемотехническое решение детектора [6], в котором используется автоподстройка частоты лазера. В данном детекторе ввиду низкой чувствительности схемы регистрации применен механический резонансный трансформатор смещений. В работе [7] показано, что в неохлаждаемом детекторе такой трансформатор не позволяет достичь эффекта повышения чувствительности гравитационного детектора. Актуальной задачей является реализация потенциально высокой потенциальной чувствительности широкополосной лазерной системы регистрации, предложенной в работах [1, 4].

Лазерный измеритель малых механических колебаний, является оригинальным и наиболее сложным функциональным узлом детектора, требующим проведения наибольшего объема научно-технических разработок. Поэтому целесообразно провести исследование измерителя как относительно самостоятельного функционально узла. В работе [3] представлены соотношения для теоретического прогноза и численных оценок чувствительности прибора. В частности, приведено стандартное выражение, определяющее чувствительность твердотельного детектора гравитационных волн $h_{\min}$, являющееся результатом оптимальной фильтрации:

$$h_{\min} = (\Delta L/L) = (4/L)[(kT/M\omega_\mu^2)(1/Q\omega_\mu\tau)]^{1/2}F^{1/2}, \qquad (1)$$

где ΔL — минимально обнаруживаемая амплитуда эквивалентных деформаций детектора; L, M, ω_μ, Q — длина, эквивалентная масса, резонансная частота и добротность акустического резонатора детектора соответственно; τ — длительность сигнального импульса; F — шум-фактор.

Шум-фактор в [3] задается выражением

$$F = (2M/\tau)(G_v/G_B)^{1/2}. \qquad (2)$$

Здесь $G_B(\omega)$ — спектральная плотность теплового шума резонатора [4]

$$G_B = 2kTM\omega_\mu/\pi Q. \qquad (3)$$

Вклад схемы регистрации в чувствительность детектора определяется спектральной плотностью $G_v(\omega)$. В работе [5] нее приведено выражение

$$G_v = B\omega_\mu^2\,\frac{2\hbar\omega_e}{\eta P_0}\left(\frac{\lambda}{2\pi N}\right)^2, \qquad (4)$$

где λ, P_0 и ω_e — длина волны, мощность и частота лазера накачки; η — квантовый выход фотодетектора; N — число отражений в интерфе-

рометре Фабри — Перо; B — множитель, учитывающий превышение шумов реального лазера над уровнем дробового шума фотонов, $B = 1$ [3, 5].

В проводимом анализе чувствительность гравитационного детектора (ГД), шум-фактор F и вариации длины ΔL зависят от длительности τ, т. е. определяются астрофизическим прогнозом. Данная вариация зависит от теплового шума резонатора и не характеризует свойства измерителя.

В соотношениях (1)–(4) реализуется концептуальный подход, развиваемый в основополагающих работах [4, 5], а также экспериментальных работах [6, 8]. Этот подход предполагает изучение акустического резонатора и измерителя механических колебаний в неразрывной связи. Главным основанием при этом является обратное пондеромоторное флуктуационное воздействие измерителя на акустический резонатор. Экспериментальная отработка измерителя отдельно от акустического резонатора представляется нецелесообразной, что и реализуется в проекте ОГРАН.

В работе [5] указано, что в неохлаждаемом детекторе обратный эффект пренебрежимо мал. Это дает полное основание для исследования измерителя отдельно от акустического резонатора.

Иной аналитический концептуальный подход развивался в ранних работах по созданию гравитационных антенн [9–11]. Проектирование измерителей колебаний, разработка и экспериментальная отработка проводились отдельно на имитаторах; при испытаниях контролировалась их чувствительность. Под чувствительностью измерителя понимается спектральная плотность шума на выходе, пересчитанная ко входу данного функционального элемента. Предлагаемый концептуальный подход позволяет не учитывать астрофизический прогноз и не проводить оптимальную фильтрацию.

Выделение параметров измерителя, содержащихся в соотношении (4) затруднено: этому препятствуют процедуры оптимальной фильтрации и перехода от длительности сигнального импульса к шумовым полосам частот. Однако некоторую предварительную информацию об измерителе можно получить при общем рассмотрении выражения (4) и сопоставлении с ним функционального описания сложной оптоэлектронной схемы регистрации, приведенной в описательной части работы [3]. Так, схема, выполненная в технике Паунда — Дривера — Холла (ПДХ) [12], содержит два интерферометра: сигнальный (сенсорный) и дискриминаторный. Причем каждый резонатор характеризуется несколькими параметрами. Также в технике ПДХ используется внутренняя фазовая модуляция излучения лазера; индекс модуляции определяет соотношение мощностей основной P_C

и боковых P_S спектральных компонент излучения. Однако выражение (4) не содержит параметров из техники ПДХ; в нем содержится лишь параметр N, характеризующий один интерферометр. Можно сделать вывод, что в теоретическом описании ГД представлен более простой вариант лазерного измерителя колебаний. Рассмотрение этой схемы также как и детальное исследование схемы регистрации, реализованной в установке, представляет несомненный интерес. Проведем сравнительный анализ схемных вариантов. Для изучения первого исходного варианта измерителя рассмотрим основополагающие положения, представленные в работе [5], в которой вводится шум-фактор и рассматриваются отношения сигнал/шум в твердотельном детекторе гравитационных волн:

$$F = (S/N)_{in}/(S/N)_{out}, \tag{5}$$

$$(S/N)_{out} = \pi^{-1} \int\limits_0^\infty \frac{|f_\omega(j\omega)|^2\, d\omega}{G_B + G_f + |Z_\mu(j\omega)|^2 G_v}, \tag{6}$$

где $|f_\omega(j\omega)|^2$ — спектральная плотность внешнего силового импульса; G_B и G_v — энергетические спектральные плотности, представленные выше выражениями (2), (3); G_f — спектральная плотность обратного флуктуационного силового воздействия измерителя ($G_f \ll G_B$), $Z_\mu = M[j\omega + 2\delta_\mu + \omega_\mu^2/(j\omega)]$, $2\delta_\mu = \omega_\mu/2Q$. Числитель в выражении (5) отличатся от числителя в выражении (6) отсутствием двух членов, характеризующих шумы измерителя.

Измеритель колебаний характеризуется третьим членом в знаменателе (6), определяющим эквивалентную силу, которая реально не действует на пробное тело; она является результатом пересчета собственного (фотонного) шума измерителя.

Для перехода от фиктивной флуктуационной силы к соответствующим смещениям запишем уравнение движения эквивалентного осциллятора:

$$M\ddot{x} + H_\mu \dot{x} + k_\mu x = F_N,$$

где $x(t)$ — смещение; $H_\mu = M\omega_\mu/Q$ — коэффициент вязкости; k_μ — жесткость; F_N — суммарная флуктуационная сила. Решение этого уравнения «в спектрах» позволяет найти выражение для энергетического спектра флуктуационных смещений: $G_X = G_F/\omega^2|Z_\mu|^2$, где G_F — знаменатель в выражении (6) ($G_F = G_B + |Z_\mu|^2 G_v$). Тогда

$$G_X = G_B/\omega^2|Z_\mu|^2 + \omega^{-2}G_v \equiv G_{XB}(\omega) + G_{S1(0)}(\omega). \tag{7}$$

Здесь спектральная плотность $G_{XB}(\omega)$ характеризует тепловой шум акустического резонатора, $G_{S1(0)}(\omega)$ — приведенный шум измерителя-

сенсора (1-й вариант, [3]), т. е., его чувствительность (разрешение, пороговый сигнал)

$$G_{S1(0)} = \omega^{-2} G_v. \tag{8}$$

Последний параметр является основным для разработчика прибора, итогом его работы. Он определяет чувствительность гравитационного детектора с выбранным акустическим резонатором, определяет ширину полосы приема. Выражение (7) определяет спектрограммы, наблюдаемые в эксперименте.

Рассмотрим измеритель как функциональный узел. Из выражений (4), (8) получаем выражение, определяющее основные свойства представленного измерителя малых колебаний

$$G_{S1(0)}(\omega) = B \frac{\hbar\omega_e}{2\eta P_0} \left(\frac{\lambda}{\pi N} \right)^2. \tag{9}$$

О данном измерителе можно получить информацию другим путем. Так, в работе [4] для детектора со свободными массами приводится выражение (без ссылки)

$$h_{\min} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{L} \frac{\lambda}{2\pi N} \left(B \frac{2\hbar\omega_e}{\eta P_0} \frac{1}{\tau} \right)^{1/2},$$

в котором шумовая полоса пропускания оптимального фильтра $\Delta\omega$ определяется соотношением: $\Delta\omega \approx 1/\tau$. Тогда можно записать $\Delta L \approx \approx (G_{S1(0)}\Delta\omega)^{1/2}$. Подобная формула имеется классической монографии [1], в которой также описан принцип действия прототипа измерителя колебаний на интерферометре Фабри — Перо.

Для сравнения параметров двух схемных реализаций лазерных измерителей представляется целесообразным представить краткий вывод формулы чувствительности G_{S1}. Механические смещения δx массивного тела эквивалентного осциллятора преобразуются в вариации собственной частоты $\delta\nu_R$ интерферометра, вариации мощности излучения δP_{PH} на фотоприемнике и вариации тока δI фотоприемника:

$$\frac{\delta I}{\delta x} = \frac{\delta I}{\delta P_{PH}} \frac{\delta P_{PH}}{\delta \nu_R} \frac{\delta \nu_R}{\delta x} \equiv \frac{\eta e}{h\nu} D_{P1} \frac{c}{\lambda L}, \tag{10}$$

где введено обозначение $D_{P1} \equiv \delta P_{PH}/\delta\nu_R$ и выписаны выражения для коэффициентов передачи: $\delta\nu_R/\delta x = \nu/L \equiv c/\lambda L$, $\delta I/\delta P_{PH} = \eta e/h\nu$ (e — заряд электрона, c — скорость света).

В измерителе [1] на фотоприемник подается луч, прошедший через интерферометр. Рабочая частота лазера выбирается такой, чтобы мощность на фотоприемнике $P_{PH} \cong P_0/2$, где P_0 — выходная мощность на частоте резонанса, равная мощности лазера. При фиксированной частоте оптической накачки (рабочую точку можно удерживать следящей системой) сигнальные вариации собственной частоты

$\delta\nu_R$ на склоне АЧХ создают вариации мощности δP_{PH}. Коэффициент преобразования D_{P1} данного измерителя есть крутизна склона: $\delta P_{PH}/\delta\nu = D_{P1}$. Использую общий принцип описания интерферометра [13], можно показать:

$$D_{P1} \cong P_0/\Delta\nu. \tag{11}$$

Здесь $\Delta\nu$ — ширина резонансной кривой на уровне половинной мощности (-3 дБ); она не зависит от типа измерителя и является параметром интерферометра: $\Delta\nu = \Delta\nu_{fsr}/\mathcal{F}$, $\mathcal{F}$ — финесс.

Межмодовое расстояние $\Delta\nu_{fsr}$ определяется соотношением: $\Delta\nu_{fsr} = c/2L$. Из аналитического описания резонансной кривой, как и из работы [12], следует зависимость $\mathcal{F} = \pi/(1-r^2)$, где r — коэффициент отражения, единый для обоих зеркал интерферометра. Тогда

$$\Delta\nu = c/(2\mathcal{F}L); \quad D_{P1} \cong 2\mathcal{F}LP_0/c; \quad \delta I/\delta x \cong 2h\mathcal{F}eP_0/(\lambda h\nu).$$

Шум измерителя представлен дробовым шумом фотоэлектронов. Его спектральная плотность $S_I(f) = 2eI_0$, где I_0 — постоянная составляющая тока фотодиода, $I_0 = (\eta e/h\nu)P_{PH}$. Шумовой стандарт тока $I_N = [S_I(f)\Delta f)]^{1/2} = (2eI_0\Delta f)^{1/2}$, где Δf — шумовая полоса. Без учета темнового тока фотодиода

$$S_I = 2\eta e^2 P_{PH}/(h\nu). \tag{12}$$

Следует указать, что анализ пороговой чувствительности измерителей проведен по методологии анализа гетеродинного приемника оптических сигналов [14, 15].

Минимально обнаруживаемое смещение x_N определяется отношением $x_N = I_N/(\delta I/\delta x)$. Для измерителя расчетные формулы имеют вид:

$$G_{S1}(f) = (h\nu/\eta P_0)(\lambda/2\mathcal{F})^2; \tag{13}$$

$$x_{N1} \cong (\lambda/2\mathcal{F})[(h\nu/\eta P_0)\Delta f]^{1/2}. \tag{14}$$

Сопоставим выражения (13) и (9). В работе [4] приведено выражение для параметра N: $N \equiv 1/(1-r)$. Тогда $\mathcal{F} \cong (\pi/2)/(1-r)$, $N \cong (2/\pi)\mathcal{F}$. Из выражения (9) при $B = 1$ получаем $G_{S1(0)}(\omega) = (h\nu/2\eta P_0)(\lambda/2\mathcal{F})^2$. Имеется совпадение с выражением (13) с точностью до коэффициента 2. Можно сделать вывод, что в работах [3–5] представлен измеритель, описанный в работе [1].

Приведем численные оценки чувствительности первого схемного варианта измерителя. Используя параметры $\lambda = 10^{-6}$ м, $\mathcal{F} = (\pi/2)N = 1{,}6 \cdot 10^3$, $\eta = 0{,}5$, $P_0 = 1$ Вт [3], из выражения (14) находим

$$x_N \cong 2 \cdot 10^{-17}(\Delta f)^{1/2} \text{ см}, \quad (G_{S1})^{1/2} \cong 2 \cdot 10^{-17} \text{ см/Гц}^{1/2}. \tag{15}$$

Для сравнения шумовых вкладов в формуле (7) представим численные оценки теплового шума акустического резонатора пилотной модели. Из выражения (3) имеем $G_{XB}(f) = 4kTM\omega_\mu/Q\omega^2|Z_\mu|^2$. На пике резонансной кривой ($w = \omega_\mu$): $Z_\mu = M\omega_\mu/Q$ и $G_{XB}(f) = 4kTQ/M\omega_\mu^3$. Подставляя значения параметров $T \cong 300$ К, $M \cong 20$ кг, $Q \cong 1{,}7 \cdot 10^4$, $\omega_\mu \cong (2\pi)5 \cdot 10^3$ Гц [3], находим:

$$[G_{XB}(f)]^{1/2} \cong 7 \cdot 10^{-14} \text{ см/Гц}^{1/2}. \tag{16}$$

На частотах ниже резонанса $G_{XB}(f) = 4kT\omega_\mu/QM(\omega_\mu^2 - \omega^2)^2$. В квазистатическом приближении ($\omega^2 \ll \omega_\mu^2$), в частности, для 1 кГц получаем $[G_{XB}(f)]^{1/2} \cong 4 \cdot 10^{-18}$ см/Гц$^{1/2}$. В этой частотной области тепловой шум резонатора ниже прогнозируемого шума измерителя. Оценка для пилотной модели $\Delta L = 0{,}5 \cdot 10^{-15}$ см/Гц$^{1/2}$ [3] находится между оценками (15) и (16).

Целью разработки измерителя, специально созданного для определенного акустического резонатора (гравитационной антенны), является обеспечение уверенной регистрации его тепловых колебаний. Оценки (15), (16) показывают, что рассмотренный измеритель теоретически способен выполнить эту функцию; для пилотной модели в работе [3] приведена оценка $F \approx 1$. С таким чувствительным измерителем акустических колебаний устройство, названное «комплексом», могло бы называться детектором гравитационных волн для частот сигналов, близких к 5 кГц. Так, из выражения (1) видно, что чувствительность детектора близка к потенциальной, и трудно создать более совершенный неохлаждаемый детектор, для этого потребовалось бы существенно увеличить добротность и массу акустического резонатора без изменения его длины. Адекватным методом испытаний могла бы стать регистрация отклика на силовой импульс заданной длительности и интенсивности. Однако в работе [3] представлены спектрограммы, из которых можно определить только чувствительность измерителя колебаний.

Рассмотрим современный схемный вариант измерителя, выполненный в технике ПДХ. На рис. 1 представлена функциональная схема регистрации детектора проекта ОГРАН. В радиофизическом аспекте рассмотрения в схему включено минимальное число функциональных элементов. За основу принята стандартная схема ПДХ [8], содержащая перестраи-ваемый лазер *1*, оптический резонатор Фабри — Перо *2*, фотоприемник *3* и электронный блок преобразования. В состав блока входят высокочастотный (ВЧ) усилитель *4*, синхронный детектор *5*, дополненный последующим буферным каскадом усиления, и усилитель постоянного тока (УПТ) *6*, нагруженный на входные элементы устройства перестройки частоты лазера. Электрический вывод-терминал разделяет электронный блок на две части.

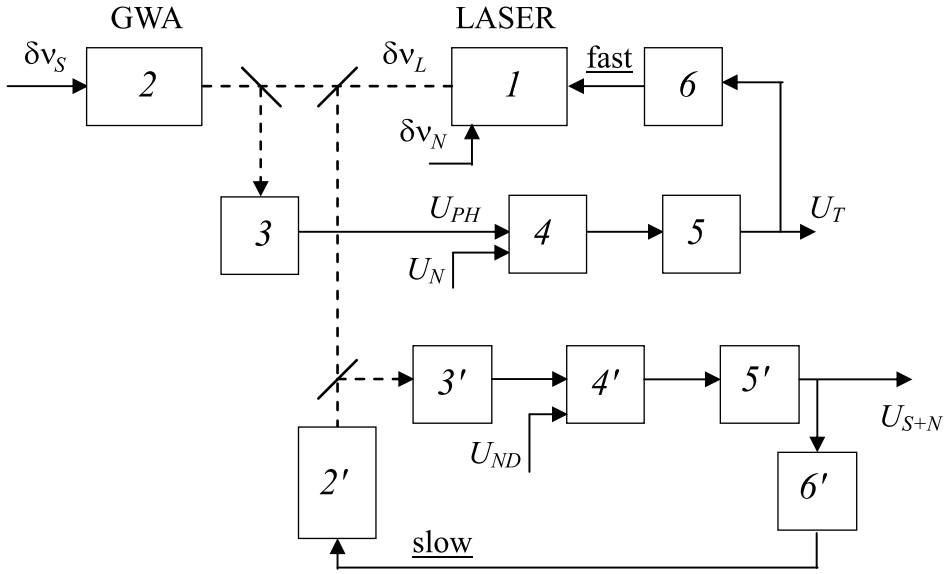


Рис. 1. Функциональная схема измерителя смещений проекта ОГРАН: *1* — лазер; *2* — резонатор Фабри — Перо; *3* — ВЧ фотоприемник; *4* — усилитель ВЧ; *5* — синхронный детектор; *6* — УПТ. Штрихами отмечены элементы дискриминатора

На схеме не показаны электрооптический модулятор (ЭОМ), через который проходит луч, выходящий из лазера, и генератор опорного ВЧ-напряжения, подаваемого на модулятор, которое в качестве опорного сигнала также подается на синхронные детекторы *5* и *5′*. Элементы *1–6* образуют контур стабилизации частоты лазера.

Особенностью проекта ОГРАН и его отличием от систем стабилизации частоты лазеров являются сигнальные вариации собственной частоты оптического резонатора, соответствующие колебательным изменениям его длины. Быстродействующая система автоподстройки обеспечивает слежение за ней частоты лазера. Имеются важные отличия от первого варианта измерителя: на фотоприемник *3* падает луч, отраженный от резонатора *2*, а не на проходящий; рабочая точка удерживается на вершине резонансной кривой, а не на склоне. Так формируется частотно-манипулированное излучение. Резонатор, размещенный на пробном теле, совмещает функции сенсора вариаций длины и стабилизатора частоты лазера. Задачу демодуляции сигнала в проекте ОГРАН выполняет дополнительный дискриминаторный канал обработки.

В технике ПДХ при малом отклонении частоты ν лазера от частоты ν_R резонанса ток в фотоприемнике *3* определяется выражением:

$$I(t) = (\eta e/h\nu)(2P_S - D_{P2}\delta\nu \sin \Omega t), \qquad (17)$$

где $\delta\nu = \nu - \nu_R$, D_{P2} — параметр, введенный в работе [12]:

$$D_{P2} = 8(P_C P_S)^{1/2}/\Delta\nu = 16\mathcal{F}(L/c)(P_C P_S)^{1/2}. \qquad (18)$$

В приборе временное представление (17) позволяет выделить напряжение, пропорциональное отклонению частоты. Для этого после усиления следует выполнить синхронное (фазочувствительное) детектирование высокочастотного напряжения. Так формируется дискриминаторная характеристика системы автоматической подстройки частоты.

В выражении (17) не учтен собственный темновой ток фотоприемника [14] и использовано идеализированное модельное представление интерферометра [12].

Для описания малосигнальных и шумовых свойств замкнутого контура подстройки частоты лазера использована методика анализа, изложенная в работе [16]. Составлена система уравнений, оперирующая формализованными представлениями шумов и вариационными компонентами частот и напряжений, соответствующими акустическим колебаниям:

$$\begin{aligned} U_{PH} &= D_U(\delta\nu_S - \delta\nu_L); \\ U_T &= K_1(U_{PH} + U_N); \\ \delta\nu_L &= \delta\nu_N + \beta K_2 U_T. \end{aligned} \qquad (19)$$

Здесь U_{PH} — напряжение на выходе фотоприемника *3*; D_U — крутизна дискриминаторной характеристики, приведенная к входу усилителя *4*; переменные $\delta\nu_L(t)$ и $\delta\nu_S(t)$ — мгновенные значения частот лазера и резонатора, соответственно. Переменная $\delta\nu_S$ является детерминированным сигнальным воздействием; K_1 — общий коэффициент усиления устройств *4* и *5*; случайный процесс $U_N(t)$ представляет не только шум электронного усилителя, но и дробовые шумы фотоэлектронов и темнового тока фотоприемника; K_2 — коэффициент усиления элемента *6*, β — коэффициент преобразования управляющего напряжения в вариацию частоты лазера. Случайным процессом $\delta\nu_N(t)$ представлены собственные флуктуации частоты лазера.

Решение системы уравнений для переменной $\delta\nu_L$, описывающей результирующую вариацию частоты излучения лазера, имеет вид

$$\delta\nu_L = \delta\nu_S + U_N/D_U + \delta\nu_N/K_0, \qquad (20)$$

где параметр K_0 — коэффициент усиления в разомкнутой петле обратной связи, $K_0 = K_1 K_2 \beta D_U \gg 1$.

Выражение (20) содержит сигнальный член, показывающий, что вариации частоты лазера достаточно точно повторяет вариации собственной частоты резонатора. Каждому из двух источников шумов, введенных в систему уравнений, соответствует флуктуационный член.

Вклад собственных флуктуаций частоты лазера уменьшается с увеличением глубины обратной связи, что согласуется с используемой методикой стабилизации частоты лазера.

Выражение (20) характеризует как сигнал S_0, так и шум N_0, что позволяет составить их отношение и определить пороговый сигнал (чувствительность) измерителя [14]. Так, суммарная мощность результирующего шума N_0 при отсутствии корреляции между источниками определяется выражением

$$N_0 = \left[S_U/(D_U)^2 + S_\nu/|K_0|^2\right]\Delta f.$$

Здесь $S_U(f)$ и $S_\nu(f)$ — энергетические спектральные плотности случайных процессов $U_N(t)$ и $\delta\nu_N(t)$.

Сигнальная вариация $\delta\nu_S$ изменяется по синусоидальному закону с частотой, близкой к собственной частоте акустического резонатора. Сигнальная мощность S_0 есть квадрат эффективного значения. Полагая $S_0/N_0 = 1$, находим минимально обнаружимую вариацию частоты ν_N резонатора-сенсора (пороговый сигнал):

$$\nu_N^2 = [S_U/(D_U)^2 + S_\nu/|K_0|^2]\Delta f. \tag{21}$$

Для проекта ОГРАН основной интерес представляют значения глубины обратной связи и спектральных плотностей вблизи частоты акустического резонатора, что отличает проект от стандартных задач стабилизации частоты. Вариации частоты $\delta\nu_S$ резонатора связаны с вариациями его длины δx соотношением: $\delta\nu_S = (\nu/L)\delta x$. Минимально обнаружимое смещение x_N задается формулой

$$x_N^2 = (L/n)^2[S_U/(D_U)^2 + S_\nu/|K_0|^2]\Delta f. \tag{22}$$

Если пренебречь шумом предварительного усилителя и собственным шумом фотодиода [14], для шума фотоэлектронов имеем $D_U = RD_{I2}$. Здесь введены сопротивление Rнагрузки и декремент по току $D_{I2} = (\eta e/h\nu)D_{P2}$. Соответственно, $S_U = R^2 S_I(f)$. Не учитывая флуктуации частоты, получаем:

$$x_N^2 = S_I/[(\nu/L)D_{P2}(\eta e/h\nu)]^2. \tag{23}$$

В выражении (23) в знаменателе представлена крутизна преобразования сигнала, являющаяся аналогом (10). Различие в крутизне преобразования сигнала двух рассмотренный схем измерителей заключается в различии декрементов D_P.

С учетом соотношений (18) находим полное выражение для крутизны передачи

$$D_I = 16\eta\mathcal{F}(L/c)(e/h\nu)(P_C P_S)^{1/2}. \tag{24}$$

Шумовой ток определяется из условия «темного пятна»: $P_{PH} = 2P_S$. Тогда из формулы (12) получим $S_{I2} = 4\eta e^2 P_S/h\nu$, и из выражения (23) находим результирующую формулу для порогового сигнала

$$x_{N2} = (\lambda/8\mathcal{F})[(h\nu/\eta P_0)\Delta f]^{1/2}. \qquad (25)$$

Выражение (25) совпадает с аналогичным в работе [12] с точностью до параметра η, характеризующего квантовый выход фотоприемника. В работе [12] исследованы сигнал и фотонный шум на поверхности фотоприемника. В настоящей работе рассматривается следующий этап преобразования. Так, формула (25) относится к промежуточному выходу прибора. Измеритель вносит собственные шумы, и задача разработчика состоит в том, чтобы провести отношение сигнал/шум от входа к выходу, через блоки и узлы, не уменьшив его значения.

Выражения (25) и (14) отличаются в 4 раза. Основное различие заключается в параметрах D_{P1} и D_{P2}. Проведем их сравнение: введем отношение $n = P_S/P_C$. Положим $n = 1/4$, что близко к оптимальному соотношению [12]. Для мощности несущей P_C справедливо приближенное выражение $P_C \approx P_0$. Тогда $P_{PH} = P_0/2$, т. е. значения шума в измерителях уравнены. Выражение (18) принимает вид $D_{P2} \approx 4P_0/\Delta\nu$, что в 4 раза превышает оценку по формуле (11). При сравнении шумов измерителей различие в рабочих частотах (1 ... 5 кГц и 8 МГц) не существенно, так как при синхронном детектировании преобразование спектра шума вниз по частоте сохраняет значение спектральной плотности.

Приведем численные оценки чувствительности второго варианта измерителя. Не изменяя параметры $\mathcal{F}$ и η, полагаем $P_C = 0{,}4$ Вт (мощность лазера делится на два канала) и $P_S = 0{,}1$ Вт. Из формулы (25) находим

$$x_N \cong 0{,}8\cdot 10^{-17}(\Delta f)^{1/2}\ \text{см}, \ \text{т. е.}\ (G_{S2})^{1/2} \cong 0{,}8\cdot 10^{-17}\ \text{см/Гц}^{1/2}. \qquad (26)$$

При сравнении двух измерителей можно выделить особенности, упрощающие анализ: фотонную природу шума и примененную идеализированную модель описания интерферометра. Последнее означает, что не рассмотрены энергетические потери в интерферометре, приводящие к снижению мощности проходящего луча в резонансе (падающий луч не отражается). Также сделано предположение об отсутствии влияния собственного шума фотоприемника. В обеих схемах, как и в гетеродинном приеме оптических сигналов [14], мощность излучения, падающего на фотоприемник, выбирается настолько большой, чтобы шум фотоэлектронов существенно превысил собственный шум фотоприемника. При этом условии во второй схеме измерителя отсутствует зависимость чувствительности от важного параметра P_S,

что позволяет в некоторых пределах выбирать удобное значение глубины модуляции излучения.

Влияние входного шума предварительного электронного усилителя также можно оценить. Примем, как и выше, $P_{PH} = 200$ мВт, тогда $I_0 = 84$ мА, $I_N = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ А/Гц$^{1/2}$. На нагрузке $R = 200$ Ом данный ток создаст шумовое напряжение $U_N = 3 \cdot 10^{-8}$ В/Гц$^{1/2}$, значение которого более чем на порядок выше приведенного входной шумовой ЭДС стандартных малошумящих электронных усилителей. Представленные численные оценки являются обоснованием для исключения данного технического источника шума из перечня источников шума, формирующих чувствительность измерителя.

Из сравнения формул и оценок следует, что при принятых выше допущениях измерители практически идентичны. Представленные оценки разрешения измерителей одинаково не годятся для интерпретации экспериментальных данных. В принципе в результате (25) отсутствует научная новизна. Выражение (20) подтверждает хорошо известное положение, что контур обратной связи не изменяет чувствительность прибора в целом. Подтверждена правильность ранее принятого стратегического решения об использовании в гравитационном детекторе техники ПДХ. В целом также подтверждены выводы анализа чувствительности, приведенные в работах [4, 5, 12]. Но на этом анализ современной схемы измерителя не может быть завершен. Так, не учтено влияние на чувствительность измерителя дискриминаторного канала, не рассмотрены вклады других источников шума.

Предлагаемый аналитический аппарат позволяет строго обосновать необходимость использования дискриминатора в измерителе. Для этого запишем решение для переменной U_T в уравнениях (19), описывающей сигнал и шум на выходе обратной связи (ОС):

$$U_T = (K_2\beta)^{-1}[\delta\nu_S + U_N/D_U - \delta\nu_N].$$

В решении отсутствует зависимость от глубины ОС, т. е. флуктуации частоты не подавляются. Это означает, что на выходе ОС присутствует полный сигнал, компенсирующий собственные флуктуации частоты лазера. Единственным сигналом, содержащим подавленный частотный шум лазера является частотно-модулированное излучение. Оно подается на частотный демодулятор, что и выполнено в работе [6].

Рассмотрим влияние шумов дискриминаторного канала измерителя. На рис. 1 изображен дополнительный канал обработки сигнала. Дискриминаторный канал построен почти так же, как основной и выполнен в технике ПДХ; в нем использован второй оптический резонатор Фабри — Перо *2′*. Электронный блок содержит те же функциональные элементы *3′–6′*. Описание функционирования приведено

в работе [3]. Для перестройки частоты второго интерферометра одно из зеркал второго резонатора закреплено на пьезокерамическом элементе, управляемом напряжением. При медленных уходах частоты лазера, определяемых низкочастотными вибрациями или тепловыми изменениями длины пробного тела, рабочая точка удерживается на середине склона дискриминаторной кривой. На этом склоне быстрые вариации частоты преобразуются в вариации напряжения на выходе

$$U_{S+N} = K_{1D}(D_{UD}\delta\nu_L + U_{ND}),$$

где D_{UD}, K_{1D}, U_{ND} — аналоги параметров элементов основного канала.

С учетом выражения (20) запишем выражение, описывающее сигнал и шум всего измерителя

$$U_{S+N} = D_{UDK_{1D}}(\delta\nu_S + U_{NG}/D_{UG} + U_{ND}/D_{UD} + \delta\nu_N/K_0),$$

где индексами также отмечены обозначения параметров первого контура ОС.

Выражение для порогового сигнала измерителя определим аналогично выражению (21):

$$\nu_N^2 = [S_{UG}/(D_{UG})^2 + S_{UD}/(D_{UD})^2 + S_\nu/|K_0|^2]\Delta f.$$

Из сравнения с (21) следует, что дискриминаторный канал добавляет определенный шумовой вклад, оставляя неизменным вклад частотного шума.

Для выхода измерителя в целом формула чувствительности имеет вид:

$$(x_{\min})^2 = (L_G/\nu)^2[S_{IG}/(D_{IG})^2 + S_{ID}/(D_{ID})^2 + S_\nu/|K_0|^2]\Delta f. \quad (27)$$

Представленные преобразования показывают, что анализ современной схемы измерителя невозможен без учета флуктуаций частоты лазера. После описания данного измерителя как завершенного прибора, к которому может быть подключено устройство обработки данных, продолжим сравнение первой и второй схем.

Рассмотрим влияние флуктуаций мощности лазера на разрешение измерителей. В работах [1, 3–5] феноменологически введен шум «непуассоновской статистики» лазерного излучения, определяемый фактором B в выражениях (4), (9). С его учетом выражение (14) приобретет вид $x_N = (\lambda/2\mathcal{F})[(h\nu/\eta P_0)B\Delta f)]^{1/2}$. Подставляя $B = 10^4$ [4], получаем прогноз $x_N \cong 2 \cdot 10^{-15}(\Delta f)^{1/2}$.

В работе [15] рассматривается амплитудная хаотическая модуляция излучения лазера $\Delta P_L(t) = P_0\xi(t)$, где $\xi(t)$ — безразмерный модулирующий процесс со спектральной плотностью $m_L(f)$. В работе [6] приводены данные для этого типа шума, из которых следует,

что $m_L(f) = 10^{-14}$ Гц$^{-1}$ для частоты 1 кГц. Также имеются экспериментальные данные о низкочастотных флуктуациях мощности лазера, применяемого в установке ОГРАН. В работе [13] представлена оценка $m_L(f) \cong 10^{-12}$ Гц$^{-1}$ для частоты 1,3 кГц.

Для измерителя первого типа оценим вклад флуктуаций мощности. Составляющая тока фотодиода имеет вид: $(I_{NP})^2 = I_0^2 m_L \Delta f$. С учетом (12) имеем $x_{NP} = (\lambda/4\mathcal{F}) m_L^{1/2}$. Полагая, как и выше, $\lambda = 1{,}06 \cdot 10^{-6}$ м, $\mathcal{F} = 1{,}6 \cdot 10^3$, для имеющегося лазера находим: $x_{NP} = 1{,}7 \cdot 10^{-14} (\Delta f)^{1/2}$ см, что соответствует $B = 7 \cdot 10^5$. Чувствительность к данным флуктуациям затруднила использование первой схемы измерителя в гравитационном детекторе. Возможные пути снижения данного шумового вклада: выбор или оптимизация лазера, стабилизация мощности [8], применение компенсационных схем.

В измерителе второго типа использован принцип «модулятора — демодулятора». Частота внутренней модуляции выбрана такой, чтобы на ней шум лазера превышал дробовой шум фотоэлектронов не более, чем на 2 дБ в каждом из каналов. Шум флуктуаций мощности эффективно подавляется, что выгодно отличает схему, выполненную в технике ПДХ.

Рассмотрим вклад в чувствительность флуктуаций частоты лазера. В современной схеме измерителя они учтены в выражениях (21), (27):

$$(x_{N\nu})^2 = (L/\nu)^2 [S_\nu / |K_0|^2] \Delta f. \tag{28}$$

В работе [3] приведена экспериментальная спектрограмма этого шума. Из представленных данных следует, что вклад этого шума незаметен.

В первой схеме измерителя флуктуации частоты лазера накачки S_ν на склоне резонансной кривой создают флуктуации мощности $S_\nu D_P^2$ и флуктуации тока: $S_{N\nu} = S_\nu D_P^2 (\eta e/h\nu)^2$. Тогда получаем: $x_{N\nu} = (L/\nu)(S_\nu)^{1/2} (\Delta f)^{1/2}$, что в $|K_0|$ раз больше оценки по формуле (28), так как лазер не стабилизирован. Если использовать стабилизацию лазера опорным резонатором и обеспечить ту же степень стабилизации (глубину ОС) $|K_0|$, как выше, получим выражение: $x_{N\nu} = (L/\nu)[(S_\nu)^{1/2}/|K_0|](\Delta f)^{1/2}$, совпадающее с выражением (28). Таким образом, обе схемы лазерного измерителя одинаково подвержены влиянию флуктуаций частоты оптической накачки.

Экспериментально установлено, что реальные интерферометры обладают энергетическими потерями. В результате в резонансе часть излучения отражается от интерферометра. В работе [3] введен феноменологический параметр K, называемый «контрастом», задаваемый соотношением

$$P_{OUT}(\nu_R) = P_{IN}(1 - K), \tag{29}$$

где P_{IN} и P_{OUT} — мощности падающего и отраженного лучей в резонансе. Параметр K связан с энергетическими потерями; в работе [3] он определен экспериментально для обоих интерферометров.

В работе [13] представлено предварительное теоретическое исследование эффекта снижения крутизны преобразования сигнала. Для декремента получено выражение

$$D_{PK} = 4K(P_C P_S)^{1/2}/\Delta\nu = 8K\mathcal{F}(L/c)(P_C P_S)^{1/2},$$

отличающееся от выражения (18) коэффициентом $K/2$ при условии $K \leqslant 1/3$.

С учетом выражения (29) мощность излучения на фотоприемнике определяется выражением

$$P_{PH} = P_C(1-K) + 2P_S.$$

Для оптического резонатора-сенсора

$$D_{IG} = 8\eta K_G \mathcal{F}_G (L_G/c)(e/h\nu)(P_C P_S)^{1/2}. \qquad (30)$$

Аналогичное выражение D_{ID} для дискриминатора получим, заменив индексы. В (30) сделано упрощающее предположение, что параметры η, P_C и P_S одинаковы в каналах.

Теоретический прогноз потенциальной чувствительности измерителя колебаний сводится расчетной формуле. Без учета частотного шума из выражений (12), (27), (30) находим

$$(x_N)^2 = (L_G/\nu)^2 c^2 h\nu (32\eta P_C P_S)^{-1}[P_{PHG}(K_G\mathcal{F}_G L_G)^{-2} + \\ + P_{PHD}(K_D\mathcal{F}_D L_D)^{-2}]\Delta f \equiv (x_{NG})^2 + (x_{ND})^2. \qquad (31)$$

Полученное неоптимизированное выражение существенно отличается от идеализированного выражения (25). Очевидно, что для измерителя с неидеальным оптическим резонатором требуется возможное большее значение параметра P_S, т. е. максимально возможной глубины модуляции излучения.

Представим численные оценки потенциальной чувствительности лазерного измерителя пилотной модели. Приведем значения [3]: $L_G = 0{,}5$ м, $L_D = 0{,}2$ м, $\mathcal{F}_G = 4500$, $\mathcal{F}_D = 1500$, $K_G = 0{,}35$, $K_D = 0{,}15$, $h = 0{,}5$. Для блока из четырех фотодиодов предполагаем: $P_C = 200$ мВт, $P_S = 40$ мВт. Тогда $P_{PHG} = 210$ мВт, $P_{PHD} = 250$ мВт.

Из выражения (31) находим

$$x_{NG} = 5\cdot 10^{-17}(\Delta f)^{1/2} \text{ см}, \quad x_N = x_{ND} = 1\cdot 10^{-15}(\Delta f)^{1/2} \text{ см}. \qquad (32)$$

Таким образом, из полученного прогноза следует, что чувствительность измерителя пилотной модели определяется шумом дискриминаторного канала, Условие малости его шумового вклада, как следует из (31), принимает вид $(K_G\mathcal{F}_G L_G^{)}2/(K_D\mathcal{F}_D L_D)^2 \ll 1$, тогда как $L_D/L_G \ll 1$. К оптическому параметру $\mathcal{F}_D$ предъявляются относительно высокие требования.

Прогноз чувствительности (31) определяется только фотоэлектронами. Технические источники шума определяют инструментальную (аппаратурную) чувствительность. Так, флуктуации мощности лазера дают добавку к пороговому сигналу до $+4$ дБ. Следует контролировать вклад флуктуаций частоты лазера, определяемый глубиной обратной связи в системе АПЧ. При недостаточной мощности излучения, подаваемой на фотоприемник, становится заметным его собственный шум.

Измеритель малых колебаний можно рассматривать как относительно самостоятельное устройство, как инструмент лабораторной измерительной техники, характеризуемый спектральной плотностью приведенных флуктуационных механических смещений G_S. Для исключения сохранения связи с детектором гравитационных волн, следует четко определить, как чувствительность детектора зависит от разрешения измерителя малых колебаний. Для этого следует воспользоваться соотношением (8) и в выражениях (2), (6) формально подставить выражение: $G_v = \omega_\mu^2 G_S(\omega)$. При этом в выражениях (1), (2) должно выполняться условие $F \geqslant 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагинский В. Б. // Физические эксперименты с пробными телами. М.: Наука, 1970. — 136 с.
2. Бичак И., Руденко В. Н. // Гравитационная волны в ОТО и проблема их обнаружения. Изд-во МГУ, 1987. — 264 с.
3. Безруков Л. Б., Квашнин Н. Л., Руденко В. Н., Скворцов М. Н. и др. // ПТЭ. — 2010. — № 3. — С. 111.
4. Кулагин В. В., Полнарев А. Г., Руденко В.Н. // ЖЭТФ. — 1986. — С. 1553.
5. Gusev A. V., Kulagin V. V., Rudenko V. N. // Grav. & Cosmology. — 1996. — No. 2. — P. 68.
6. Conti L., Cerdonio M., Taffarello L. et al. // Rev. Sci. Instrum. — 1998. — Vol. 69. — 554.
7. Gusev A. V., Rudenko N. V., Cheprasov A. S., Bassan M. // Class. Quantum Grav. — 2008. — Vol. 25. — P. 1.
8. Conti L., De Rosa M., Marin F. et al. // Jour. Appl. Phys. — 2003. — Vol. 93. — P. 3589.
9. Брагинский В. Б., Панов И. В., Петников Г. В., Попельнюк В. Д. // ПТЭ. — 1977. — № 1. — С. 234.
10. Брагинский В. Б., Панов И. В., Попельнюк В. Д. // Письма в ЖЭТФ. — 1981. — Т. 33. — С. 423.

11. Крысанов В. А., Руденко В. Н. // ПТЭ. — 1984. — № 3. — С. 199.
12. Black E. D. // Am. J. Phys. — 2001. — Vol. 69, No. 1. — P. 78.
13. Krysanov V. A. // Grav. & Cosmology. — 2011. — Vol. 17, No. 1. — P. 97.
14. Хайкин Н. Ш., Юрист Б. В. // Радиотехника и электроника. — 1971. — Т. 16, № 3. — С. 373.
15. Хайкин Н. Ш., Юрист Б. В. // Радиотехника и электроника. — 1974. — Т. 19, № 9. — С. 1852.
16. Brunet-Brunol D., Pascal D., Duret D. // J. Appl. Phys. — 1979. — Vol. 50, No. 1. — P. 521.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.1

Ю. А. Лебедев, Д. А. Кирьянов

ЭВЕРЕТТИЧЕСКИЕ И ХОЛИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПИСАНИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ, ВЕРОЯТНОСТИ И ДЕКОГЕРЕНЦИИ СЛОЖНЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ

Рассмотрена связь эвереттических и холических аспектов описания структуры физических реальностей. Дана эвереттическая трактовка вероятности в квантовой механике и ее проявлений в процессах декогеренции. Введены и обсуждаются свойства новых физических конструктов — плотности эвереттических ветвлений и холичности сложных квантовых систем.

E-mail: Ruthenium1@yandex.ru

Ключевые слова: эвереттика, холизм, физическое многомирие, квантовые системы, квантовая вероятность, декогеренция.

Многомирие как одна из современных мировоззренческих концепций все более активно обсуждается профессиональным научным сообществом. Характерно, что в июне 2010 г. философские и физические аспекты этой концепции обсуждались на представительной Международной конференции «Философия физики», проходившей в МГУ им. М. В. Ломоносова, где одним из главных событий был доклад Л. Вайдмана о современных трактовках многомировой интерпретации квантовой механики и экспериментальных исследованиях физического многомирия [1], а также последовавшая за ним подробная дискуссия и специальное обсуждение.

Современное представление о многомирии в наиболее общей своей форме представлено в эвереттике [2–4]. Конкретные физические аспекты эвереттики рассмотрены в работе [4]. Как показано в работе [5], исторической основой возникновения многомировой интерпретации квантовой механики Х. Эверетта было его желание представить квантовую механику в форме, согласующейся с общей теорией относительности (ОТО) А. Эйнштейна.

Наличие глубинной связи ОТО и квантовой механики, интуитивно ощущаемое не только Х. Эвереттом, но и большинством современных теоретиков, можно проиллюстрировать простым примером. На рис. 1 приведена рассчитанная по уравнению Шредингера волновая функция одной из f-орбиталей электрона в поле атомного ядра.

Именно такую область трехмерного пространства должен занимать *один* электрон, являющийся, в соответствии с современными представлениями, бесструктурной элементарной частицей, точечным дискретным объектом. Радиальная функция распределения для него существенно отличается от сферической функции $R(r)$ для $1s$-электрона. Важно отметить наличие в структуре орбитали узловых точек

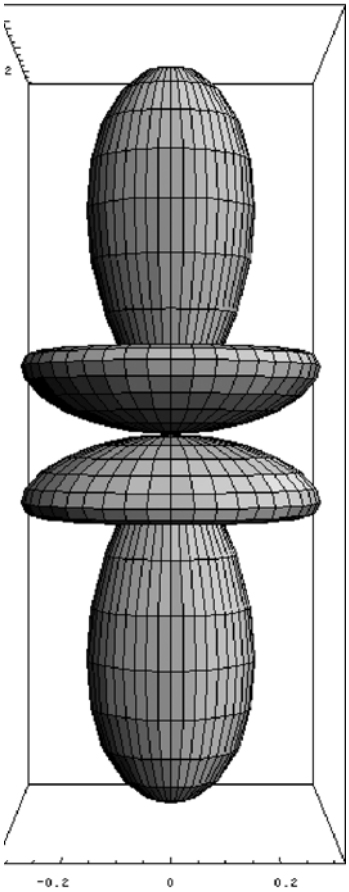


Рис. 1. «Электронное облако» f-орбитали электрона

и поверхностей — тех геометрических мест в пространстве, где электрон нельзя зафиксировать.

Такая топологическая сложность высокоэнергетических орбиталей может свидетельствовать о том, что электроны в этих состояниях существенным образом изменяют метрику пространства или его размерность. И, возможно, «стык» ОТО и квантовой механики нужно искать не только на космологических, но и на атомных масштабах расстояний. При этом, разумеется, необходимо учитывать эвереттические механизмы взаимодействий на этих масштабах. Именно на это обстоятельство и обращалось внимание участников международной конференции PIRT–2009 [5].

Однако дальнейшее развитие многомировых идей показало, что они позволяют начать рассмотрение нового иерархического уровня мироздания и без конструктивного математического аппарата, связывающего ОТО и квантовую механику. При этом пространственно-вре-

менные параметры, оставаясь атрибутами «нашей физической реальности», перестают быть самыми фундаментальными ее характеристиками и становятся равноправными элементами множеств параметров новых гносеологических объектов.

В последнее время более ясным становится понимание того, что физическое многомирие как гносеологический объект разделяется на два класса принципиально различных множеств: мультиверс (мультивселенная) и альтерверс [6].

Первое множество объединяет различные универсы, в каждом из которых в общем случае может быть свой набор управляющих их поведением законов и фундаментальных констант. Второе множество включает различные реализации исходов квантовых взаимодействий в каждом конкретном универсе.

Описание мультиверса опирается на идеи инфляционных космологических теорий, наиболее известной из которых является теория хаотической инфляции А. Д. Линде [7]. Разнообразие возможных свойств универсов должно быть настолько велико, что пока не может служить предметом конструктивного обсуждения.

Что касается «нашего альтерверса», т. е. альтерверса, в котором действуют известные законы физики, то для понимания его фундаментальных свойств можно применить СТО как фундаментальную теорию, справедливую в любой его ветви.

Примером использования СТО при описании эвереттических процессов является предложенная в 2005 г. геометрическая интерпретация эвереттических склеек на основе понятия светового конуса. В работе [8] показано, что при движении по временно́й оси и слиянии частей световых конусов разных ветвей альтерверса неизбежно увеличение числа возможных точек их склейки. К аналогичной идее пересечения световых конусов и связи объектов через общее прошлое совершенно независимо пришел и А. Л. Круглый [9]. Подробное сравнение многомировой и релятивистской (СТО) картин мироздания провел Д. Уоллес [10].

Для указания области возможной экспериментальной проверки этих утверждений проанализируем проявление в пространстве Минковского нового параметра — «плотности пространства». Этот идейный конструкт, предложенный Г. И. Ковалем, рассмотрен в работе [8]. Идея Г. И. Коваля состояла в том, чтобы плотность пространства измерять неоднородностью каких-то *его собственных* свойств.

Сложность анализа этого понятия заключается в том, что речь должна идти о «неоднородностях чего-то», до сих пор не связываемого с «классическим пространством», но «перманентно содержащегося» в нем, т. е. о некоей новой характеристике самого «классического пространства».

Очевидно, что в этой модели само пространство *нематериально* и в таком понимании является «вместилищем материи».

Искомое «нечто» также должно быть нематериальным, но реальным — его присутствие должно влиять на поведение материи и, следовательно, быть экспериментально обнаруживаемым.

Понятно, что при любом содержательном ответе на вопрос о природе «нечто» мы получаем новый конструкт, поскольку это «нечто» привносит новую «нематериальность», дополняющую геометрические характеристики классического пространства.

В физике уже латентно присутствуют конструкты, содержащие нематериальные характеристики пространства. При этом не следует путать эту «нематериальность» с «нефизичностью», поскольку, например, энтропия — нематериальная характеристика систем, но очень важный их физический параметр, и понятие «плотность энтропии» вполне физично, хотя и мало востребовано.

Поскольку общего понятия «плотности *нематерии* в пространстве» ни в физике, ни в философии нет, связывание с пространством каждой новой нематериальной физической характеристики приводит к новому конструкту из множества, которое можно назвать множеством «плотностей нематерии в пространстве». Отметим, что, хотя оно и не было до сих пор пустым, но и не привлекало особого внимания ни физиков, ни философов.

Содержательное наполнение нового понятия из этого множества прояснилось при обсуждении с П. Р. Амнуэлем смысла квантово-механической вероятности с точки зрения эвереттики [11–12].

«Классические» значения вероятности, выражаемые *любыми* действительными числами в интервале от 0 до 1, никак не связаны с пространством. Однако эвереттическая интерпретация их как доли тех или иных определенных событий от общего числа ветвлений альтерверса вводит представление о связи этих ветвлений и с «классическим пространством Минковского», и с «метапространством» множества классических событий.

Действительно, каждое событие в каждом ветвлении описывается, как пространственно-временное событие. При фиксировании временно́й координаты событие может быть представлено конечным множеством точек — вариантов исхода — в трехмерном пространстве. Поскольку, как правило, это не пустое множество содержит достаточно много элементов, можно говорить об их плотности в некоем метапространстве. В этом метапространстве той же размерности, что и пространство-время Минковского (X, Y, Z, t) каждая координата становится «вложенным множеством». Например, X включает в себя все x_i всех i исходов происходящих событий. В дальнейшем предполагается

разработка формулировки эвереттической идеи ветвления на математическом языке топологического конструкта «расслоение».

Очевидно, что события — это дискретные явления. Но *число ветвлений не равно числу вариантов исхода взаимодействия*. Некоторые варианты исхода могут быть вырожденными и содержать несколько одинаковых ветвлений. Для определения их числа в простейшем случае предлагается следующая процедура. Принимая, что самый маловероятный исход произошедшего взаимодействия является единичным, все остальные вероятности делятся на вероятность этого исхода. В результате получается число «нитей-ветвлений», образующих «жгуты событий».

Обычно под событием подразумевается возникновение физической системы, описываемой определенным набором физических параметров. В эвереттике существенен также учет и *не*физических параметров (простейший пример — цена барреля нефти). И различия систем могут быть обусловлены и *не*физическими параметрами как объекта, так и наблюдателя, составных элементов соотнесенного состояния события, что приводит к увеличению числа нитей ветвления и объясняет природу вырожденности чисто физических состояний.

Следует помнить, что число ветвей всегда натуральное и конечное (хотя, как считает П. Р. Амнуэль, это утверждение может оказаться и неполным: «...возможно, при дальнейшем развитии математической теории многомирия, окажется (как это было, скажем, и в квантовой физике), что физический смысл имеют и отрицательное число ветвлений, и мнимое» [12].) Поэтому какова бы ни была наименьшая вероятность выбора, она должна дать, по крайней мере, одну ветвь. Большее число наименее вероятных *физических* ветвей может возникнуть только если при «приведении» ряда вероятностей от дробных десятичных значений к целым значениям окажется, что такая операция дает наименьшее целое число больше 1 (например, при вероятностях двух исходов 0,6363636... и 0,3636363... такое приведение дает 11 и 7).

Операцию приведения вероятности событий к виду простых дробей назовем «счетной калибровкой». Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть имеются два датчика, с помощью которых фиксируется электрон на $1s$-орбитали атома водорода. Тогда, если первый датчик расположен на расстоянии пяти боровских радиусов (260 пм) от ядра, а второй — в 2 раза дальше, то вероятности того, что «сработает» первый или второй датчик, различаются примерно в 16 раз, т. е. возникает 16 ветвлений. А если расположить второй датчик на расстоянии 65 нм от ядра, то вероятности будут различаться уже больше, чем в 10^{100} (гугол) раз. При этом возникнет гугол

ветвлений первого датчика. Другими словами, чисто физически можно изменять число ветвлений в огромных пределах, оставляя саму вероятность практически неизменной.

Если теперь разместить третий датчик на расстоянии от ядра в два раза большем, чем второй, то вероятность его срабатывания будет в гугол гуголов раз меньше, чем вероятность срабатывания первого датчика.

Поясним, как получены эти результаты. Физической основой постановки такого эксперимента является тот факт, что в соответствии с законами квантовой механики атомная орбиталь не «обрывается» на расстоянии r_{o} (радиус боровской орбиты). Рассмотрим функцию радиального распределения вероятности нахождения электрона ($W_r = \pi r^2[R(r)]$). Решение уравнения Шредингера для радиальной функции $1s$-электрона атома (иона) с одним электроном имеет вид [13]:

$$R(r) = 2\left(\frac{Z}{r_{\text{o}}}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Zr}{r_{\text{o}}}\right). \qquad (1)$$

Для атома водорода $Z = 1$. Графически зависимость W_r от расстояния от ядра в единицах r/r_{o} приведена на рис. 2 [14].

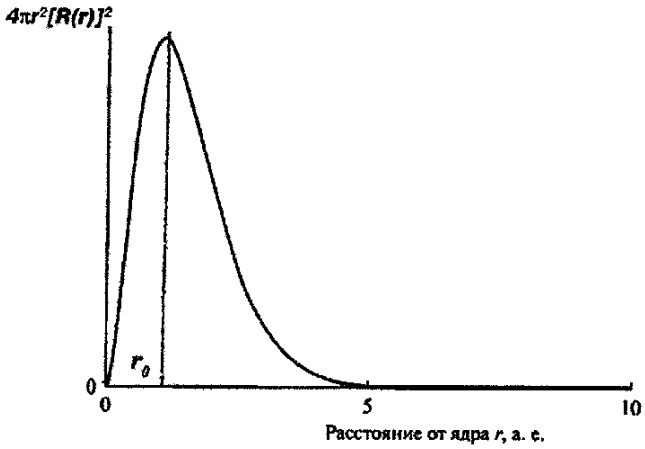


Рис. 2. Функция радиального распределения электронной плотности $4\pi r^2[R(r)]^2$ для $1s$-атомной орбитали, описывающая вероятность нахождения электрона в трехмерном пространстве

Характер функции таков, что «с первого взгляда» кажется, что график обрывается на расстоянии пяти боровских радиусов от ядра. Однако на самом деле правая ветвь кривой является экспоненциально затухающей асимптотой. Хотя физически правая ветвь кривой простирается на расстояние всех доступных наблюдениям 13,4 млрд световых лет нашего универса, провести подобные эксперименты прак-

тически невозможно — даже в наномасштабной области расстояний падение экспоненты чудовищно стремительно.

Кроме сложности фиксации факта взаимодействия электрона с датчиком в данном эксперименте возникают проблемы и с определением состояния зафиксированного электрона, поскольку, как было отмечено выше, в случае более сложных волновых функций (p, d, f, g и т. д.) распределение вероятностей в пространстве имеет более сложный характер.

Если, однако, отвлечься от экспериментальных проблем, несущественных для мысленного эксперимента, то оказывается, что при одной и той же математической вероятности срабатывания первого датчика плотность ветвлений альтерверса должна меняться на десятки и сотни порядков в зависимости от числа и пространственного расположения датчиков.

Каждый из датчиков представляет собой конечную физическую систему, требующую размещения в некотором минимально необходимом для своего функционирования объеме $V_{\text{д}}$. Отнеся число ($N_{\text{эв}}$) эвереттических ветвлений альтерверса, фиксируемых датчиком в объеме своего функционирования, к этому объему $V_{\text{д}}$, получим:

$$\rho_{\text{эв}} = \frac{N_{\text{эв}}}{V_{\text{д}}}, \tag{2}$$

которая по физическому смыслу является плотностью.

Очевидно, что значение $V_{\text{д}}$ будет зависеть в широких пределах от конкретного физического параметра, фиксируемого датчиком, а также и от конструктивных особенностей самого датчика. Всегда можно предположить, что выбор иного параметра или усовершенствование конструкции датчика позволит уменьшить $V_{\text{д}}$ и увеличить таким образом экспериментально фиксируемое значение $\rho_{\text{эв}}$. Но в любом случае $V_{\text{д}}$ имеет физический предел уменьшения своего значения. Это объем элементарной ячейки пространства с планковским характерным размером l_p:

$$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}, \tag{3}$$

где $\hbar$ — постоянная Дирака (редуцированная постоянная Планка), $\hbar = h/2\pi$; G — гравитационная постоянная; c — скорость света в вакууме.

При нулевой кривизне пространства (что соответствует современным физическим представлениям об этой характеристике нашего альтерверса) предельное значение

$$V_{\min} = l_{\text{p}}^3 = \frac{\hbar^{3/2} G^{3/2}}{c^{9/2}}. \tag{4}$$

Таким образом, максимально возможной плотностью эвереттических ветвлений при всяком физическом взаимодействии будет величина

$$\rho_{\text{эв}\,\max} = \frac{N_{\text{эв}} c^{9/2}}{\hbar^{3/2} G^{3/2}}. \tag{5}$$

Величина $\rho_{\text{эв}\,\max}$ является характеристикой пространства, не зависящей ни от природы протекающих в нем процессов, ни от способа фиксации их результатов. По своему физическому смыслу это плотность числа ветвлений альтерверса, порождаемых конкретным физическим процессом. Число ветвлений — это *не материя*, но физический параметр. Полученная плотность отвечает заданным критериям поиска нового конструкта из множества «плотностей *нематерии* в евклидовом пространстве».

Следует отметить, что, благодаря присутствию в знаменателе правой части выражения (5) трансцендентного множителя — константы Дирака $\hbar$ — значение $\rho_{\text{эв}\,\max}$ *во всех видах взаимодействия* является трансцендентным числом. Это означает, что *ни один физический процесс принципиально не является воспроизводимым и каждое ветвление альтерверса приводит к уникальным результатам.*

Для проверки реальной физичности полученного конструкта целесообразно предположить, что плотность числа ветвлений может существенно влиять на число «мелких склеек».

В реальном верификационном эксперименте не обязательно работать с рассмотренными в примере электронными датчиками. Можно использовать взаимодействия разной физической природы — от напряженности электрического или магнитного поля до параметров молекулярных, атомных и мессбауэровских спектров и радиоактивных распадов. Выбор конкретной системы ограничивается только одним обязательным условием — частоты срабатывания датчиков должны зависеть от расстояния между ними. Поскольку вероятности срабатывания датчиков независимы, эффект изменения плотности ветвлений должен проявиться в изменении характера и вида спектра флуктуаций измеряемых параметров.

Особое внимание, по мнению авторов, необходимо обратить на обнаруженные С. Э. Шнолем космофизические флуктуации [15, 16]. Последние имеют дискретный характер, т. е., как подчеркивает С. Э. Шноль, формы гистограмм флуктуаций оказались достаточно стабильными и их число не превышает нескольких десятков, хотя разнообразие параметров этих форм (амплитуды и формы пиков, их ширина и некоторые другие) очень велико. Представляется, что это может быть связано с дискретностью конструкта плотности числа ветвлений, а широчайший диапазон явлений, в которых проявляются такие флуктуации, свидетельствует об их эвереттической природе.

Если такие «флуктуации Шноля» окажутся достоверно зафиксированными в экспериментах предложенного типа и будут коррелировать с плотностью ветвлений, можно будет говорить об экспериментальном доказательстве реальности ветвлений и склеек.

Еще одним результатом прецизионно исполненного эксперимента должно стать доказательство специфической для каждого типа процесса *несвязности* физического пространства. Эксперимент должен показать, что *в определенных точках пространства датчик никогда не регистрирует детектируемых событий*.

Такое поведение датчика хорошо известно в интерференционных процессах, также должен вести себя датчик и в рассмотренном мысленном эксперименте при изучении возбужденных орбиталей (d, f), имеющих узловые поверхности. Но это частные примеры. С эвереттической точки зрения с полной определенностью можно утверждать, что наличие «нулевых событийных точек» является принципиальным следствием квантовой природы взаимодействий в любых сложных системах.

Общее эвереттическое обоснование этого утверждения состоит в следующем. Хотя математически можно представить, что вероятности двух исходов могут быть равны, например, $p_1 = 1/\pi$, а $p_2 = 1 - 1/\pi$, привести эти вероятности к эвереттической целостности с помощью счетной калибровки не удается. Таким образом, процессы, описываемые иррациональными значениями вероятности, и, следовательно, требующими для своего осуществления бесконечного числа ветвей, не образуют альтерверсов и эвереттически запрещены.

Это утверждение не противоречит выводу о том, что иррациональность такой физической константы, как постоянная Дирака, является причиной невоспроизводимости начальных условий и результатов протекания любых физических процессов. Более того, оно только укрепляет сделанный вывод, поскольку исключает возможность таких комбинаций $N_{\text{эв}}$ и $\hbar^{3/2}$ в выражении (5), при которых $\rho_{\text{эв}\,\max}$ принимало бы рациональное значение.

В работе [4] констатируется, что «иррациональность как особое математическое качество породила и особые физические структуры». Признанием научной важности таких структур явилось присуждение в 2011 г. Нобелевской премии по химии Д. Шехтману, открывшему первую из них — квазикристаллы. С эвереттической точки зрения эти структуры являются продуктами интерференции периодических волновых функций с иррациональными периодами — т. е. эвереттическими склейками.

Еще одной фундаментальной причиной невоспроизводимости результатов сложных процессов могут являться особенности механизма декогеренции суперпозиции состояний сложных систем при учете возможности эвереттических склеек.

Рассмотрим эти особенности подробнее. Квантовая реальность (КвР или «грань кристалла Менского») в традиционной трактовке квантовой механики представляет собой сумму возможных состояний квантовой системы:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{i=N_э} a_i \psi_i \tag{6}$$

где Ψ — общая волновая функция квантовой системы S в целом; a_i — нормировочный коэффициент i-го возможного состояния системы S; ψ_i — волновая функция i-го возможного состояния системы S; $N_э$ — эвереттически большое натуральное число.

В эвереттике вводится понятие «соотнесенное состояние», которое включает в себя объект (Об) и наблюдателя (Наб) и определяет вид классической реальности физического мира (КРФМ). В этом случае уравнение (6) трансформируется в уравнение альтерверса (Alt) и принимает вид

$$\Psi_{\text{Alt}} = \sum_{j=1}^{j=z} (a_j \Psi_{\text{Об}j} + b_j \Psi_{\text{Наб}j}). \tag{7}$$

Однако с эвереттической точки зрения уравнение (7) не отражает такого фундаментального свойства сложных систем, как холичность (от греч. *holos* — целое) — наличие у целостной многокомпонентной системы свойств, отличных от свойств составляющих ее элементов. Общая эвереттическая трактовка холичности дана в работах [2–4].

В качестве примера необычных холических свойств сложных систем, компоненты которых образуют целостную динамическую систему вследствие квантовых взаимодействий, можно привести явление «водяного мостика», открытое более 100 лет назад (В. Армстронг, 1893). По прошествии времени о нем забыли, и только в начале XXI в. группа австрийских ученых вновь привлекла к нему внимание. Возникновение устойчивой структуры «водяного жгута» между сосудами, наполненными чистой водой, в которые погружены электроды с разностью потенциалов порядка нескольких киловольт, не предсказывается никакими теориями структуры жидкой воды и является ярким холическим эффектом этой системы. Проведенные авторами эксперименты полностью подтверждают реальность и основные характеристики этого явления [17].

Для учета холичности уравнение (7) необходимо дополнить по крайней мере еще одним слагаемым, учитывающим несводимость свойств системы к сумме свойств составляющих ее элементов. Назовем это слагаемое холическим вкладом в общую волновую функцию квантовой системы и обозначим его через X_Ψ.

Очевидно, что холичность должна являться одним из первичных свойств квантовых систем, ибо само существование соотнесенного состояния, отличного и от существования «объекта», и от состояния «наблюдателя», реализуется за счет свойств, не присущих ни тому, ни другому отдельно (прежде всего, «энергии связи», делающей их целостностью). Формально это можно записать в виде

$$\Psi_{\text{Alt}} = \sum_{j=1}^{j=z} (a_j \Psi_{\text{Об}j} + b_j \Psi_{\text{Наб}j}) + X_\Psi. \tag{8}$$

Слагаемое X_Ψ является, вообще говоря, сложной функцией $\Psi_{\text{Об}}$ и $\Psi_{\text{Наб}}$.

При декогеренции система из чистого состояния (8) переходит в смешанное состояние, которое не имеет общей волновой функции. При этом распад альтерверса не обязательно приводит к полной декогеренции, т. е. к образованию j-подсистем. Гораздо чаще можно ожидать частичного распада на меньшее чем j число более сложных подсистем, также обладающих холическими свойствами.

Каждая подсистема будет являться ветвью альтерверса, которая эквивалентна квантовому миру по Д. Уоллесу [10]. Каждый такой мир образует КРФМ в соотнесенном состоянии с соответствующим состоянием памяти наблюдателя.

Можно показать, что холичность исходной системы равна сумме нормированных холичностей подсистем, образующихся при декогеренции. Из этого следует, что чистое состояние (8) не может распадаться на произвольное число смешанных систем с произвольной холичностью. Но отсюда же следует и вывод, что не существует однозначно определенного варианта распада.

В общем случае, чем более сложной является исходная холическая макросистема, тем больше вариантов ее распада может реализоваться в процессах возникновения соотнесенных состояний. Это усиливает сделанный ранее вывод о принципиальной уникальности исхода всякого физического взаимодействия и объясняет ограниченную воспроизводимость большинства экспериментов со сложными системами.

В химии ярким примером рассмотренного механизма декогеренции является, по мнению авторов, класс колебательных химических реакций Белоусова — Жаботинского — Шноля. Проводимые авторми

исследования одной из реакций этого класса — реакции Бриггса — Раушера — показали, что «в ходе химического взаимодействия возможна такая динамика ветвлений альтерверса, при которой возникают периодически повторяющиеся склейки с аффинными структурами. Такое поведение нуклидо-электронных систем выявляет в химии действие Пятого постулата эвереттики о фрактальном подобии ветвлений альтерверса. Это позволяет не только подробно изучать отдельные ветви альтерверса, но и, возможно, осознанно влиять на процесс ветвления» [18].

Хотя и очевидно, что всякое конкретное множество распадов альтерверса однозначно связано с величиной $\rho_{\text{эв}\,\max}$, к сожалению, эвереттическая природа процесса декогеренции не позволяет определить аналитический вид этой связи в рамках экспериментов, проводимых в одной ветви альтерверса. Согласно Д. Уоллесу, «Не существует никакого фундаментального понятия постоянства миров во времени; все, что мы имеем — структурные сходства между частями состояния в различные моменты времени» (пер. А. Башкатова, http://www.everettica.org/art/CEI.pdf) [10].

Возможность же наблюдения ветвящегося альтерверса с более высокого иерархического уровня бытия, предсказанная Д. Данном [19], пока не получила ни строгого теоретического обоснования, ни, тем более, достоверного экспериментального подтверждения. Тем не менее главным конструктивным итогом проведенного анализа является предсказательная способность введенных идейных конструктов плотности эвереттических ветвлений $\rho_{\text{эв}\,\max}$ и холичности сложных квантовых систем X_{Ψ}. Первый конструкт позволяет предложить «решающий эксперимент» для демонстрации своей достоверности, т. е. достоверности наличия «чисто эвереттических эффектов» в рамках чистой физики, а второй конструкт — обосновывает и объясняет принципиальную невоспроизводимость результата декогеренции сложных квантовых состояний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайдман Л. Вселенная: квантовая волна и множество миров // Философия физики: Актуальные проблемы. Материалы научной конференции 17–18 июня 2010 года / ред. В. В. Миронов, В. А. Яковлев, Ю. С. Владимиров, В. Д. Эрекаев. — М.: Ленанд, 2010. — 400 с.
2. Лебедев Ю. А. Многоликое мироздание. Эвереттическая аксиоматика, М. — 2009. — 269 с.
3. Лебедев Ю. А. Многоликое мироздание. Эвереттическая проблематика. — М. — 2010. — 330 с.
4. Лебедев Ю. А. Многоликое мироздание. Эвереттическая прагматика. М. — 2010. — 721 с.

5. Lebedev Y. A. Everettica and general theory of relativity // Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of XV International Meeting. — Moscow: BMSTU, 2009. — p. 430–436.
6. Шацкий А. А., Новиков И. Д., Кардашев Н. С. Динамическая модель кротовой норы и модель Мультивселенной // УФН. — 2008. — Т. 178. — с. 481–488.
7. Linde A. D. Chaotic inflation // Physics Letters B. — 1983. — Vol. 129. — P. 177–181.
8. Лебедев Ю. А. Эвереттизм и эвереттика, доклад на Российском междисциплинарном семинаре по темпорологии 05.04.2005, http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/lebedev_everett.htm.
9. Круглый А. Л. Дискретная механика микромира: динамика последовательного роста и самоорганизация иерархии структур, сайт лаборатории-кафедры дискретной динамики микромира, размещено 10.12.2009, http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/krugly_diskretnaya.pdf.
10. Wallace D. Worlds in the Everett Interpretation, submitted on 16 Mar 2001, arXiv:quant-ph/0103092v1.
11. Амнуэль П. Р. Частное сообщение по e-mail от 09.07.2008.
12. Амнуэль П. Р. Частное сообщение по e-mail от 10.07.2008.
13. Карапетьянц М. Х., Дракин С. И. Строение вещества. — М.: МХТИ им. Д. И. Менделеева, 1966. — 218 с.
14. Ховиев А. М., Гончаров Е. Г., Афиногенов Ю. П. Строение атома и периодическая система элементов, Воронеж: Воронежский Государственный университет, 2005. — 52 с.
15. Шноль С. Э., Коломбет В. А., Пожарский Э. В., Зенченко Т. А., Зверева И. М., Конрадов А. А. О реализации дискретных состояний в ходе флуктуаций в макроскопических процессах // УФН. — 1998. — Т. 168, № 10. — С. 1129–1140.
16. Шноль С. Э. Космофизические факторы в случайных процессах. Stockholm: Svenska fysikarkivat, 2009. — 388 с.
17. Кирьянов Д. А. Экспериментальное исследование эффекта «водного мостика» // Сб. тез. докл. общеуниверситет. научно-техн. конференции «Студенческая весна-2011», посвященной 50-летию полета Ю. А. Гагарина в космос, 4–30 апреля 2011 г. — Т. XI, Ч. 1. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 328 с.
18. Лебедев Ю. А. Становление эвереттической парадигмы в химии // Сб. Химия в нехимическом ВУЗе, материалы Второй Всероссийской конференции. Москва, 23–24 сентября 2010 г. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. — с. 125–127.
19. Данн Д. У. Эксперимент со временем. — М.: Аграф, 2000. — 224 с.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 530.12

А. Н. Петров

КАНОНИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА — ГАУССА — БОНЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

В рамках произвольной метрической D-мерной теории гравитации исследуются возмущения, которые распространяются на произвольно искривленном фоне. Фоновое пространство-время представляет собой какое-либо известное решение той же самой теории. Для таких возмущений с использованием канонической процедуры Нетер построены ковариантные сохраняюшиеся токи, выраженные через дивергенции от соответствующих суперпотенциалов. Затем эти формулы произвольной теории применены, чтобы выписать сохраняющиеся величины в теории Эйнштейна — Гаусса — Боне (ЭГБ) в явной форме. Новые выражения использованы, чтобы вычислить массу и поток массы для излучающих черных дыр Маеды — Дэдича — Молины. Конкретно рассматриваются 3-мерные черные дыры в 6-мерной ЭГБ гравитации. Показано, что компактифицированные дополнительные измерения редуцируются обычным методом Калуцы — Клейна, а материя, образованная (рожденная) дополнительными измерениями, имеет классически определенную массу и поток массы. Это приложение показывает, что новые законы сохранения являются действенным инструментом для анализа важных решений с необычными (нестандартными) свойствами в ЭГБ гравитации.

E-mail: anpetrov@rol.ru, alex.petrov55@gmail.com

Ключевые слова: гравитация, законы сохранения, черные дыры.

В работах [1–4] реализована программа построения сохраняющихся величин для возмущений на фиксированном фоне с помощью теории гравитации Эйнштейна — Гаусса — Боне (ЭГБ). Законы сохранения представлены в стандартной форме, где токи выражены через дивергенции от соответствующих суперпотенциалов. Одновременно развивиты три подхода, которые, по нашему мнению, в равной степени разработаны и использованы в 4-мерной общей теории относительности (ОТО). Это канонический метод, основанный на непосредственном использовании теорем Нетер; метод симметризации Белинфанте и теоретико-полевой подход, где все возмущения, включая метрические, рассматривают как единую полевую конфигурацию в заданном пространстве-времени. В максимальной степени, упомянутые методы развиты в 4-мерной ОТО в рабтах [6, 7]; для описания каждого метода полезным является также обзор [8].

Теперь обратимся к теории гравитации ЭГБ. В работе [1] построены суперпотенциалы всех трех типов, а в [4] — только канонические и Белинфанте симметризованные токи. Также в работах [1–4]

эти теоретические результаты, с одной стороны, проверены при рассчете сохраняющихся там величин хорошо изученных решений, а с другой стороны, с помощью новых формул проанализированы интересные нетривиальные решения. Ниже будет рассмотрен только канонический подход. Цель работы — объединение результатов работ [1, 4] на основе описания суперпотенциалов и соответствующих токов с единой позиции. Чтобы продемонстрировать возможности этого унифицированного теретического формализма, мы используем его для анализа излучающих 3D черных дыр типа Калуцы — Клейна в 6-мерной теории гравитации ЭГБ [9, 10].

Тождества в произвольной D-мерной метрической теории

Будем использовать процедуру Нетер в рамках произвольной D-мерной мерической теории с лагранжианом

$$\hat{\mathcal{L}}_D = -\frac{1}{2\kappa_D}\hat{\mathcal{L}}_g(g_{\mu\nu}) + \hat{\mathcal{L}}_m(g_{\mu\nu}, \Phi). \tag{1}$$

Здесь лагранжиан содержит производные не выше второго порядка как от метрики $g_{\mu\nu}$, так и от материальных переменных Φ. Символ «$\hat{}$» обозначает плотности веса $+1$, например: $\hat{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu}$, $\hat{\mathcal{L}} = \sqrt{-g}\mathcal{L}$, и т. д.; $(,\alpha) \equiv \partial_\alpha$ обозначает частные производные; греческие индексы нумеруют пространственно-временные D-мерные координаты. Варьирование (1) по отношению к $g^{\mu\nu}$ приводит к гравитационным уравнениям

$$\hat{\mathcal{G}}_{\mu\nu} = \kappa_D \hat{T}_{\mu\nu}, \tag{2}$$

а по отношению к Φ — к соответствующим материальным уравнениям.

Чтобы определить возмущения необходимо выбрать фоновое пространство-время. Пусть такое фоновое D-мерное пространство-время имеет метрику $\overline{g}_{\mu\nu}$, на основе которой построены фоновые символы Кристоффеля $\overline{\Gamma}^{\sigma}_{\tau\rho}$, ковариантные производные $\overline{D}_\alpha$ и тензор Риманпа $\overline{R}^{\sigma}{}_{\tau\rho\pi}$ (здесь и ниже черта над символом обозначает, что величина фоновая). Будем использовать также фоновый лагранжиан, определенный как $\overline{\hat{\mathcal{L}}}_D = \hat{\mathcal{L}}_D(\bar{g}_{\mu\nu}, \overline{\Phi})$, которому соответствуют фоновые гравитационные и материальные уравнения. Полагаем, что фоновые поля $\bar{g}_{\mu\nu}$ и $\overline{\Phi}$ удовлетворяют фоновым уравнениям и, следовательно, являются известными (фиксированными). Включим фоновую метрику $\overline{g}_{\mu\nu}$ в $\hat{\mathcal{L}}_g$. Для этого перепишем частные производные ∂_α через ковариантные

$\overline{D}_\alpha$ с помощью замены $\partial_\tau g_{\mu\nu} \equiv \overline{D}_\tau g_{\mu\nu} - \overline{\Gamma}^\sigma_{\tau\rho} g_{\mu\nu}\big|^\rho_\sigma$. Обозначение $g_{\mu\nu}\big|^\alpha_\beta$ вводится в определении производных Ли:

$$\pounds_\xi g_{\mu\nu} = -\xi^\alpha \overline{D}_\alpha g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\big|^\alpha_\beta \overline{D}_\alpha \xi^\beta, \tag{3}$$

таким образом, $g_{\mu\nu}\big|^\alpha_\beta = -2g_{\beta(\mu}\delta^\alpha_{\nu)}$; а выбор знака соответствует правилу, предложенному в работе [11]. Тогда используя выражения

$$\Delta^\alpha_{\mu\nu} = \Gamma^\alpha_{\mu\nu} - \overline{\Gamma}^\alpha_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\rho}(\overline{D}_\mu g_{\rho\nu} + \overline{D}_\nu g_{\rho\mu} - \overline{D}_\rho g_{\mu\nu}); \tag{4}$$

$$R^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} = \overline{D}_\rho \Delta^\lambda_{\tau\sigma} - \overline{D}_\sigma \Delta^\lambda_{\tau\rho} + \Delta^\lambda_{\rho\eta}\Delta^\eta_{\tau\sigma} - \Delta^\lambda_{\eta\sigma}\Delta^\eta_{\tau\rho} + \overline{R}^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} = \\ = \delta R^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} + \overline{R}^\lambda{}_{\tau\rho\sigma} \tag{5}$$

преобразуем метрический лагранжиан $\hat{\mathcal{L}}_g$ в явно ковариантную форму:

$$\hat{\mathcal{L}}_g = \hat{\mathcal{L}}_c = \hat{\mathcal{L}}_c(g_{\mu\nu}; \overline{D}_\alpha g_{\mu\nu}; \overline{D}_{\beta\alpha} g_{\mu\nu}; \overline{g}_{\mu\nu}; \overline{R}^\lambda{}_{\tau\rho\sigma}),$$

где $\overline{D}_{\beta\alpha} \equiv \overline{D}_\beta \overline{D}_\alpha$, а δ означает различие между динамическими и фоновыми величинами. Так, для произвольной тензорной плотности Q

$$\delta Q = Q - \overline{Q}. \tag{6}$$

По сути δQ — конечное или точное (а не бесконечно малое) возмущение.

Стандартная каноническая процедура Нетер, с помощью которой лагранжиан $-\hat{\mathcal{L}}_c/2\kappa_D$ был проанализирован как скалярная плотность, приводит к тождеству $-1/2\kappa_D\big(\pounds_\xi \hat{\mathcal{L}}_c + \partial_\alpha(\xi^\alpha \hat{\mathcal{L}}_c)\big) \equiv 0$, эквивалентно тождествам

$$\overline{D}_\alpha\big\{-\big[\hat{u}_\sigma{}^\alpha \xi^\sigma + \hat{m}_\sigma{}^{\alpha\tau}\overline{D}_\tau \xi^\sigma + \hat{n}_\sigma{}^{\alpha\tau\beta}\overline{D}_\beta \overline{D}_\tau \xi^\sigma\big]\big\} \equiv \overline{D}_\alpha \hat{\imath}^\alpha \equiv \partial_\alpha \hat{\imath}^\alpha \equiv 0; \tag{7}$$

$$\hat{\imath}^\alpha \equiv \big\{-\big[(\hat{u}_\sigma{}^\alpha + \hat{n}_\lambda{}^{\alpha\beta\gamma}\overline{R}^\lambda{}_{\beta\gamma\sigma})\xi^\sigma + \hat{m}^{\rho\alpha\beta}\partial_{[\beta}\xi_{\rho]} + \hat{z}^\alpha\big]\big\}, \tag{8}$$

где $\hat{z}^\alpha = \hat{z}^\alpha(\zeta_{\rho\sigma})$; $2\zeta_{\rho\sigma} = -\pounds_\xi \overline{g}_{\rho\sigma} = 2\overline{D}_{(\rho}\xi_{\sigma)}$.

Таким образом, z-член обращается в нуль, если $\xi^\mu = \lambda^\mu$ является вектором Киллинга фонового пространства-времени. Дифференцируя тождество (7) и приравнивая нулю коэффициенты при ξ^σ, $\overline{D}_\alpha \xi^\sigma$, $\overline{D}_{(\beta\alpha)}\xi^\sigma$ и $\overline{D}_{(\gamma\beta\alpha)}\xi^\sigma$, получаем систему ковариантных тождеств для u, m и n [8]:

$$\overline{D}_\alpha \hat{u}_\sigma{}^\alpha + \frac{1}{2}\hat{m}_\lambda{}^{\alpha\rho}\overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\alpha} + \frac{1}{3}\hat{n}_\lambda{}^{\alpha\rho\gamma}\overline{D}_\gamma \overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\alpha} \equiv 0; \tag{9}$$

$$\hat{u}_\sigma{}^\alpha + \overline{D}_\lambda \hat{m}_\sigma{}^{\lambda\alpha} + \hat{n}_\lambda{}^{\tau\alpha\rho}\overline{R}_\sigma{}^\lambda{}_{\rho\tau} + \frac{2}{3}\hat{n}_\sigma{}^{\lambda\tau\rho}\overline{R}^\alpha{}_{\tau\rho\lambda} \equiv 0; \tag{10}$$

$$\hat{m}_\sigma{}^{(\alpha\beta)} + \overline{D}_\lambda \hat{n}_\sigma{}^{\lambda(\alpha\beta)} \equiv 0; \tag{11}$$

$$\hat{n}_\sigma^{(\alpha\beta\gamma)} \equiv 0. \tag{12}$$

Коэффициенты в (7) и (8) определяются лагранжианом следующим образом:

$$\hat{u}_\sigma{}^\alpha = -\frac{1}{\kappa_D}\big[\hat{\mathcal{G}}^\alpha_\sigma + \kappa_D \hat{\mathcal{U}}_\sigma{}^\alpha + \kappa_D \hat{n}_\lambda{}^{\alpha\tau\beta}\overline{R}^\lambda{}_{\tau\beta\sigma}\big]; \tag{13}$$

$$\hat{m}_\sigma{}^{\alpha\tau} = -\frac{1}{2\kappa_D}\left[\frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta(\overline{D}_\alpha g_{\mu\nu})}\, g_{\mu\nu}\Big|^\tau_\sigma - \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\tau\alpha} g_{\mu\nu})}\,\overline{D}_\sigma g_{\mu\nu} + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\beta\alpha} g_{\mu\nu})}\,\overline{D}_\beta(g_{\mu\nu}\Big|^\tau_\sigma)\right]; \tag{14}$$

$$\hat{n}_\sigma{}^{\alpha\tau\beta} = -\frac{1}{4\kappa_D}\left[\frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\beta\alpha} g_{\mu\nu})}\, g_{\mu\nu}\Big|^\tau_\sigma + \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\tau\alpha} g_{\mu\nu})}\, g_{\mu\nu}\Big|^\beta_\sigma\right], \tag{15}$$

причем $\hat{n}_\sigma{}^{\alpha\tau\beta} = \hat{n}_\sigma{}^{\alpha\beta\tau}$. В формулах (13)–(15)

$$\hat{\mathcal{G}}^\alpha_\sigma \equiv \frac{1}{2}\,\frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta g_{\mu\nu}}\, g_{\mu\nu}\Big|^\alpha_\sigma \equiv -\frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta g_{\mu\alpha}}\, g_{\mu\sigma} \equiv \frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta g^{\mu\sigma}}\, g^{\mu\alpha}; \tag{16}$$

$$\hat{\mathcal{U}}_\sigma{}^\alpha \equiv -\frac{1}{2\kappa_D}\left(\frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\beta\alpha} g_{\mu\nu})}\,\overline{D}_{\sigma\beta} g_{\mu\nu} + \frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta(\overline{D}_\alpha g_{\mu\nu})}\,\overline{D}_\sigma g_{\mu\nu} - \delta^\alpha_\sigma \hat{\mathcal{L}}_c\right); \tag{17}$$

$$\frac{\delta\hat{\mathcal{L}}_c}{\delta(\overline{D}_\alpha g_{\mu\nu})} \equiv \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_\alpha g_{\mu\nu})} - \overline{D}_\beta\left(\frac{\partial\hat{\mathcal{L}}_c}{\partial(\overline{D}_{\alpha\beta} g_{\mu\nu})}\right), \tag{18}$$

$\delta\hat{\mathcal{L}}_c/\delta g_{\mu\nu}$ — лагранжева производная; $\hat{\mathcal{G}}^\alpha{}_\sigma$ в точности является симметричной левой частью уравнений (2); $\hat{\mathcal{U}}^\alpha{}_\sigma$ — обобщение канонического тензора энергии-импульса для гравитационного лагранжиана (1).

В силу того что ток $\hat{\imath}^\alpha$ удовлетворяет тождествам (7), его следует выражать через дивергенцию от суперпотенциала (антисимметричной тензорной плотности) $\hat{\imath}^{\alpha\beta}$, для которого $\partial_\alpha\partial_\beta\hat{\imath}^{\alpha\beta} \equiv 0$. Действительно, следуя стандартным рекомендациям [8] и используя тождества (9)–(12), эти суперпотенциалы можно представить в явном виде:

$$\hat{\imath}^\alpha \equiv \overline{D}_\beta\hat{\imath}^{\alpha\beta} \equiv \partial_\beta\hat{\imath}^{\alpha\beta}; \tag{19}$$

$$\hat{\imath}^{\alpha\beta} \equiv \left(\frac{2}{3}\,\overline{D}_\lambda\hat{n}_\sigma{}^{[\alpha\beta]\lambda} - \hat{m}_\sigma{}^{[\alpha\beta]}\right)\xi^\sigma - \frac{4}{3}\,\hat{n}_\sigma{}^{[\alpha\beta]\lambda}\overline{D}_\lambda\xi^\sigma. \tag{20}$$

Обычно дивергенция в лагранжиане не существенна для вывода уравнений движения, однако она оказывается важной в определении сохраняющихся величин. Покажем это. Для скалярной плотности $\hat{\mathcal{L}}' = \hat{d}^\nu{}_{,\nu}$ записываем тождество Нетер: $(\pounds_\xi\hat{d}^\alpha + \xi^\alpha\hat{d}^\nu{}_{,\nu})_{,\alpha} \equiv 0$ и анализируем его вместе с тождеством (7). В результате получаем добавоч-

ные вклады в ток $\hat{\imath}^\alpha$ и в суперпотенциал (20):

$$\hat{\imath}'^\alpha = -\big[\hat{u}'_\sigma{}^\alpha \xi^\sigma + \hat{m}'_\sigma{}^{\alpha\tau}\overline{D}_\tau \xi^\sigma\big];$$
$$\hat{\imath}'^{\alpha\beta} = -\hat{m}'_\sigma{}^{[\alpha\beta]}\xi^\sigma; \tag{21}$$
$$\hat{u}'_\sigma{}^\alpha = 2\overline{D}_\beta(\delta_\sigma^{[\alpha}\hat{d}^{\beta]}), \quad \hat{m}'_\sigma{}^{\alpha\beta} = 2\delta_\sigma^{[\alpha}\hat{d}^{\beta]}, \quad \hat{n}'_\sigma{}^{\alpha\beta\gamma} = 0.$$

Отметим, что построение этих величин не зависит от структуры $\hat{d}^\nu$.

Токи и суперпотенциалы для возмущений

Произвольные D-мерные метрические теории. Чтобы определить возмущения типа (6), рассмотрим динамическое решение как возмущенную систему по отношению к другому решению той же теории (фоновому). Тогда фоновое пространство-время приобретает реальный смысл, а не вспомогательный, как выше. Следуя идеалогии, предложенной в работе [5], рассмотрим лагранжиан

$$\hat{\mathcal{L}}_G = -\frac{1}{2\kappa_D}(\hat{\mathcal{L}}_g - \overline{\hat{\mathcal{L}}}_g + \partial_\alpha \hat{d}^\alpha). \tag{22}$$

Поскольку это лагранжиан для возмущений, то он должен исчезать в невозмущенной системе, поэтому обычно $\hat{d}^\alpha$ выбирают исчезающим для исчезающих возмущений.

Построим сохраняющиеся величины для лагранжиана (22). Что касается его первого члена, то можно использовать полученные выше результаты без изменений. Обращая выражение (8) в фоновое и используя выражения (21) для вклада от дивергенции, получаем полный ток, соответствующий лагранжиану (22):

$$\hat{I}^\alpha = \hat{\imath}^\alpha - \overline{\hat{\imath}^\alpha} + \hat{\imath}'^\alpha.$$

Затем используем динамические уравнения (2) в $\hat{u}_\sigma{}^\alpha$. Вместо $\mathcal{G}_{\mu\nu}$ (это часть $\hat{u}_\sigma{}^\alpha$, см. (13)) подставим материальный тензор энергии-импульса $T_{\underline{\mu\nu}}$ из правой части уравнений (2). Сделаем то же самое, комбинируя $\overline{\hat{u}}_\sigma{}^\alpha$ и уравнение (2), обращенное в фоновое. В результате тождествнно сохраняющийся ток $\hat{I}^\alpha$, соответствующий (22), преобразуется в ток для возмущений:

$$\hat{\mathcal{I}}^\alpha(\xi) = \hat{\Theta}_\sigma{}^\alpha \xi^\sigma + \hat{\mathcal{M}}^{\sigma\alpha\beta}\partial_{[\sigma}\xi_{\beta]} + \hat{\mathcal{Z}}^\alpha(\xi). \tag{23}$$

Теперь закон сохранения $\overline{D}_\alpha \hat{\mathcal{I}}^\alpha(\xi) = \partial_\alpha \hat{\mathcal{I}}^\alpha(\xi) = 0$ выполняется на полевых уравнениях, а не тождественно. Тензорные плотности энергии-импульса и спина имеют следующий вид:

$$\hat{\Theta}_\sigma{}^\alpha \equiv \delta\hat{T}^\alpha_\sigma + \delta\hat{\mathcal{U}}_\sigma{}^\alpha + \kappa_D^{-1}\overline{D}_\beta(\delta_\sigma^{[\alpha}\hat{d}^{\beta]}); \tag{24}$$

$$\hat{\mathcal{M}}^{\sigma\alpha\beta} \equiv \delta\hat{m}_\rho{}^{\alpha\beta}\bar{g}^{\sigma\rho} - \kappa_D^{-1}\bar{g}^{\sigma[\alpha}\hat{d}^{\beta]}, \tag{25}$$

а z-член равен нулю на фоновых векторах Киллинга. Суперпотенциал для системы (22) имеет вид

$$\hat{I}^{\alpha\beta}(\xi) = \hat{\imath}^{\alpha\beta}(\xi) - \overline{\hat{\imath}^{\alpha\beta}}(\xi) + \hat{\imath}'^{\alpha\beta}(\xi).$$

Таким образом, в соответствии в (20) и (21), получаем

$$\hat{\mathcal{I}}^{\alpha\beta}(\xi) = \\ = \left(\frac{2}{3}\overline{D}_\lambda \delta\hat{n}_\sigma{}^{[\alpha\beta]\lambda} - \delta\hat{m}_\sigma{}^{[\alpha\beta]}\right)\xi^\sigma - \frac{4}{3}\delta\hat{n}_\sigma{}^{[\alpha\beta]\lambda}\overline{D}_\lambda\xi^\sigma + \kappa^{-1}\xi^{[\alpha}\hat{d}^{\beta]}. \quad (26)$$

Определение возмущений дано в (6). Для рассчета возмущений, представленных в этом суперпотенциале, используются определения величин (2), (14), (15), (17).

Теория гравитации Эйнштейна — Гаусса — Боне. Действие D-мерной гравитационной теории ЭГБ с исходным космологическим членом Λ_0 имеет вид

$$S = \int d^D x\left(-\frac{1}{2\kappa_D}\,\hat{\mathcal{L}}_{EGB} + \hat{\mathcal{L}}_m\right) = \\ = \int d^D x\left(-\frac{\sqrt{-g}}{2\kappa_D}\,[R - 2\Lambda_0 + \alpha(RR)_{GB}] + \hat{\mathcal{L}}_m\right); \quad (27)$$

$$(RR)_{GB} \equiv R^2_{\alpha\beta\gamma\delta} - 4R^2_{\alpha\beta} + R^2; \quad (28)$$

где $\kappa_D = 2\Omega_{D-2}G_D > 0$; $\alpha > 0$; G_D — D-мерная ньютонова (гравитационная) постоянная; индекс «E» относится к чисто эйнштейновской части действия (27), а индекс «GB» — к части Гаусса — Боне. Полевые уравнения, соответствующие (27), естественно, имеют форму (2). Их левая часть имеет явный вид:

$$\hat{\mathcal{G}}^{\mu\nu} = -\frac{\delta}{\delta g_{\mu\nu}}\,\hat{\mathcal{L}}_{EGB} = \sqrt{-g}\Bigg\{\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}R + g^{\mu\nu}\Lambda_0\right) + \\ + 2\alpha\Bigg[RR^{\mu\nu} - 2R^\mu{}_\sigma{}^\nu{}_\rho R^{\sigma\rho} + R^\mu{}_{\sigma\rho\tau}R^{\nu\sigma\rho\tau} - 2R^\mu{}_\sigma R^{\sigma\nu} - \\ - \frac{1}{4}\,g^{\mu\nu}(RR)_{GB}\Bigg]\Bigg\}. \quad (29)$$

Как отмечалось, структура тока (23) и суперпотенциала (26) существенно зависят от дивергенции в лагранжиане. Выберем дивергенцию, индуцированную подходом Каца — Лифшица [12] (см. обсуждение в [1, 3]). Поэтому в выражениях (24)–(26)

$$\hat{d}^\alpha = {}_{(E)}\hat{d}^\alpha + {}_{(GB)}\hat{d}^\alpha = \\ = 2\Delta^{[\tau}_{\tau\beta}\hat{g}^{\alpha]\beta} + 4\alpha\big(\hat{R}_\rho{}^{\beta\tau\alpha} - 2\hat{R}^{[\tau}_\rho g^{\alpha]\beta} - 2\delta^{[\tau}_\rho\hat{R}^{\alpha]\beta} + \delta^{[\tau}_\rho g^{\alpha]\beta}\hat{R}\big)\Delta^\rho_{\tau\beta}. \quad (30)$$

Несмотря на то, что GB-член (28) не дает вклада в уравнение движения в 4-мерном пространстве-времени, его наличие часто оказывается очень важным. Например, подход [12], где имеет место выбор (30), связывает многомерие с 4-мерием через GB-член; голографические идеи, разрабатываемые в работах [13, 14], также основаны на использовании GB-члена в 4-мерии.

Рассмотрим формулу (23) для тока возмущения. Не рассчитывая Z-член, вычислим явные выражения для (24) и (25). Материальная часть в выражении (24) определяется источником в (2), но здесь мы не рассматриваем его конкретный вид. Более интересна чисто гравитационная часть (24), обозначенная $\hat{\mathcal{T}}_\sigma{}^\alpha$. Тогда

$$
\begin{aligned}
{}_C\hat{\Theta}_\sigma{}^\alpha &= \delta\hat{T}_\sigma{}^\alpha + {}_C\hat{\mathcal{T}}_\sigma{}^\alpha = \\
&= \sqrt{-g}T_\sigma{}^\alpha - \sqrt{-\overline{g}}\overline{T}_\sigma{}^\alpha + \frac{1}{2\kappa_D}\,\delta^\alpha_\sigma\big[\overline{R}_{\rho\tau}\hat{l}^{\rho\tau} - 2\Lambda_0\delta\sqrt{-g}\big] + \\
&+ \frac{\sqrt{-g}}{\kappa_D}\big[\big(\Delta^\alpha_{\rho[\tau}\Delta^\pi_{\pi]\sigma} + \Delta^\alpha_{\rho[\sigma}\Delta^\pi_{\pi]\tau} + \delta^\alpha_\sigma\Delta^\pi_{\beta[\tau}\Delta^\beta_{\pi]\rho} - \delta^\alpha_\rho\Delta^\beta_{\beta[\sigma}\Delta^\pi_{\pi]\tau}\big)g^{\tau\rho}\big] + \\
&+ \frac{1}{\kappa_D}\,\overline{D}_\beta(\delta^{[\alpha}_{\sigma}{}_{(GB)}\hat{d}^{\beta]}) + \frac{\alpha}{2\kappa_D}\,\delta^\alpha_\sigma\delta(\hat{R}R)_{GB} + \\
&+ \frac{2\alpha\sqrt{-g}}{\kappa_D}\big[\big(R^{\alpha\beta\rho}{}_\tau - 4g^{\rho[\alpha}R^{\beta]}_\tau + Rg^{\rho[\alpha}\delta^{\beta]}_\tau\big)\overline{D}_\sigma\Delta^\tau_{\beta\rho} + \\
&+ 2g^{\beta\mu}\big(\overline{D}_\beta R^{\alpha\nu} + 2\Delta^{(\alpha}_{\beta\rho}R^{\nu]\rho}\big)\Delta^\tau_{\sigma(\mu}g_{\nu)\tau} - g^{\rho(\alpha}\Delta^{\nu)}_{\sigma\rho}\partial_\nu R\big]. \qquad (31)
\end{aligned}
$$

Символ δ без индексов как и ранее обозначает возмущение величины по отношению к фоновому значению (6). Здесь использовано обозначение $\hat{l}^{\rho\tau} = \delta\hat{g}^{\rho\tau} = \delta(\sqrt{-g}g^{\rho\tau})$ [6]. Спиновый член (25) в теории гравитации ЭГБ с учетом (30) имеет вид

$$
\begin{aligned}
{}_C\hat{\mathcal{M}}^{\sigma\alpha\beta} &= -\frac{\sqrt{-g}}{2\kappa_D}\big[\Delta^\tau_{\rho\tau}\big(2\overline{g}^{\sigma[\alpha}g^{\beta]\rho} + \overline{g}^{\sigma\rho}g^{\alpha\beta}\big) - \Delta^\alpha_{\rho\tau}\big(2\overline{g}^{\sigma[\tau}g^{\beta]\rho} + \overline{g}^{\sigma\rho}g^{\tau\beta}\big)\big] - \\
&- \frac{1}{\kappa_D}\,\overline{g}^{\sigma[\alpha}{}_{(GB)}\hat{d}^{\beta]} + \frac{2\alpha\sqrt{-g}}{\kappa_D}\big[R^{\alpha\tau\rho}{}_\lambda\Delta^\beta_{\tau\rho} - 2R^{\alpha(\tau\beta)}{}_\rho\Delta^\rho_{\tau\lambda}\big]\overline{g}^{\lambda\sigma} + \\
&+ \frac{4\alpha\sqrt{-g}}{\kappa_D}\big[4g^{\rho[\alpha}R^{\beta]}_\tau\Delta^\tau_{\rho\lambda} + 2R^{[\alpha}_\lambda g^{\tau]\rho}\Delta^\beta_{\tau\rho} + 2g^{\alpha[\beta}R^{\tau]}_\rho\Delta^\rho_{\tau\lambda} + \\
&+ g^{\tau\beta}\big(R^\alpha_\rho\Delta^\rho_{\tau\lambda} - R^\rho_{(\tau}\Delta^\alpha_{\lambda)\rho}\big) - \big(g^{\rho\beta}\Delta^\tau_{\rho(\tau} + g^{\rho\tau}\Delta^\beta_{\rho(\tau} - g^{\tau\beta}\Delta^\rho_{\rho(\tau}\big)R^\alpha_{\lambda)}\big]\overline{g}^{\lambda\sigma} - \\
&- \frac{4\alpha}{\kappa_D}\,\overline{g}^{\lambda\sigma}\overline{D}_{(\tau}\delta(\hat{g}^{\tau\beta}R^\alpha_{\lambda)}) + \frac{2\alpha\sqrt{-g}}{\kappa_D}\,R\big[\Delta^{[\alpha}_{\rho\lambda}g^{\rho]\beta} + \Delta^{(\alpha}_{\rho\lambda}g^{\beta)\rho)}\big]\overline{g}^{\lambda\sigma} + \\
&+ \frac{2\alpha}{\kappa_D}\,\overline{g}^{\sigma(\alpha}\overline{D}_\rho\delta(\hat{g}^{\rho)\beta}R). \qquad (32)
\end{aligned}
$$

Для суперпотенциала (26) с учетом (30) получаем

$$\hat{\mathcal{I}}^{\alpha\beta} = \frac{1}{\kappa}\big(\hat{l}^{\rho[\alpha}\overline{D}_\rho\xi^{\beta]} + \hat{g}^{\rho[\alpha}\Delta^{\beta]}_{\rho\sigma}\xi^\sigma + \xi^{[\alpha}\hat{g}^{\beta]\rho}\Delta^\sigma_{\rho\sigma} - \xi^{[\alpha}\Delta^{\beta]}_{\rho\sigma}\hat{g}^{\rho\sigma}\big) -$$
$$- \frac{2\alpha\sqrt{-g}}{\kappa}\big\{\Delta^\rho_{\lambda\sigma}R_\rho{}^{\lambda\alpha\beta} + 4\Delta^\rho_{\lambda\sigma}g^{\lambda[\alpha}R^{\beta]}_\rho + \Delta^{[\alpha}_{\rho\sigma}g^{\beta]\rho}R\big\}\xi^\sigma -$$
$$- \frac{2\alpha}{\kappa}\,\delta\big\{\hat{R}_\sigma{}^{\lambda\alpha\beta} + 4g^{\lambda[\alpha}\hat{R}^{\beta]}_\sigma + \delta^{[\alpha}_\sigma g^{\beta]\lambda}\hat{R}\big\}\overline{D}_\lambda\xi^\sigma + \kappa^{-1}\xi^{[\alpha}{}_{(GB)}\hat{d}^{\beta]}. \quad (33)$$

Выражения (31), (32) и (33) исчезают для исчезающих возмущений, их эйнштейновские части точно совпадают с соответствующими выражениями, полученными в работе [5]. Мы не приводим в явном виде члены с ${}_{(GB)}\hat{d}^\alpha$, поскольку это не упрощает общие выражения.

Излучающая 3D черная дыра типа Калуцы — Клейна

Используем выведенные формулы для рассчета массы и ее потока в рамках интересного и важного решения, предложенного в работах [9, 10] в теории гравитации ЭГБ. Для построения таких решений основным предположением является то, что полное пространство-время в теории гравитации ЭГБ должно быть гомеоморфно $\mathcal{M}^d \times \times \mathcal{K}^{D-d}$ с метрикой $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(g_{AB}, r_0^2\gamma_{ab})$, $A, B = 0, \ldots, d-1$; $a, b = d, \ldots, D-1$. Метрика g_{AB} является произвольной на $\mathcal{M}^d$; γ_{ab} — единичная метрика $(D-d)$-мерного пространтства постоянной кривизны $\mathcal{K}^{D-d}$ с $k = 0, \pm 1$; фактор r_0 — малый масштаб дополнительных измерений.

Вакуумные гравитационные уравнения $\mathcal{G}^\mu{}_\nu = 0$ (см. (29)) распадаются на две отдельных системы $\mathcal{G}^A{}_B = 0$ и $\mathcal{G}^a{}_b = 0$. Первая из них — тензорное уравнение на $\mathcal{M}^d$, вторая — это ограничения на нее. Однако, чтобы получить более интересные решения, нужно рассмотреть специальный случай, когда $\mathcal{G}^A{}_B \equiv 0$. Это возможно только для $d \le 4$. В этом случае константы системы выбирают таким образом, чтобы коэффициенты в выражении $\mathcal{G}^A{}_B$ обнуляли его, т. е. только при $D \ge d + + 2$, $k = -1$ и $\Lambda_0 < 0$. Итак, $\mathcal{G}^A{}_B \equiv 0$. Тогда тензорным уравнением, управляющим физической системой, оказывается $\mathcal{G}^a{}_b = 0$. На самом деле это единственное скалярное уравнение на $\mathcal{M}^d$, потому что $\mathcal{G}^a{}_b \sim \delta^a_b$ и зависит только от g_{AB}.

Рассмотрим случай $D = 6$ и $d = 3$, представленный в работе [10]. Подходящим набором связей является $r_0^2 = 12\alpha = -3/\Lambda_0$. Тогда единственное скалярное уравнение имеет вид

$${}_{(d)}R = 2\Lambda_0, \quad (34)$$

где «(d)» обозначает величину, построенную только из g_{AB}.

Решения этого уранения могут быть как статическими, так и излучающими [10]. Если мы хотим протестировать одновременно новые выражения для токов и суперпотенциалов, интереснее проанализировать именно радиационное решение, т. е. решение $g_{AB}(v,r)$ типа Вайдьи [10]:

$$ds^2 = -f\,dv^2 + 2\,dv\,dr + r^2\,d\phi; \quad f \equiv r^2/l^2 + q(v)/r - \mu(v), \tag{35}$$

где $l^2 \equiv -3/\Lambda_0$. В этом конкретном случае $\mu(v)$ и $q(v)$ зависят от опережающего времени v. Приведем ненулевые компоненты важных величин для (35) в секторе $d = 3$: компонентов метрики $g_{00} = -f(v)$, $g_{01} = 1$, $g_{22} = r^2$; символов Кристоффеля, тензоров Римана и Риччи, скалярной кривизны, а также тензора Эйнштейна:

$$\begin{gathered}\Gamma^1_{00} = (ff' - \dot{f})/2; \quad \Gamma^0_{00} = f'/2; \quad \Gamma^1_{01} = -f'/2;\\ \Gamma^2_{12} = 1/r; \quad \Gamma^1_{22} = -rf; \quad \Gamma^0_{22} = -r;\end{gathered} \tag{36}$$

$$R^{0101} = \frac{1}{2}\,f''; \quad R^{0212} = -\frac{f'}{2r^3}; \quad R^{1212} = -\frac{1}{2r^3}\,(ff' + \dot{f});$$

$$R^{11} = -\frac{1}{2r}\left[f(rf'' + f') + \dot{f}\right]; \quad R^{01} = -\frac{1}{2r}\,(rf'' + f'); \quad R^{22} = -\frac{f'}{r^3};$$

$$R = -\frac{1}{r}(rf'' + 2f'); \tag{37}$$

$$G^0_0 = G^1_1 = 1/l^2 - q/2r^3; \quad G^1_0 = (\dot{\mu}r - \dot{q})/2r^2; \quad G^2_2 = 1/l^2 + q/r^3, \tag{38}$$

где штрих и точка обозначают $\partial/\partial r$ и $\partial/\partial v$.

Скалярная кривизна $D - d = 3$ сектора имеет вид

$${}_{(D-d)}R = 6k/r_0^2 = 2\Lambda_0 = -1/2\alpha. \tag{39}$$

Фактически выражения (35)–(38) вместе с (39) представляют 6-мерное решение в теории гравитации ЭГБ. Однако систему (35)–(38) можно рассмотреть как решение эйнштейновских 3-мерных уравнений на $\mathcal{M}^3$, причем эти уравнения уже невакуумные с переопределенной космологической постоянной $\Lambda = -1/l^2$:

$${}_{(3)}R_{AB} - \frac{1}{2}g_{AB\,(3)}R + g_{AB}\Lambda = \kappa_3 T_{AB}. \tag{40}$$

Естественная трактовка уравнения (40) [10] состоит в том, что тензор энергии-импульса T_{AB} обязан своим появлением дополнительным измерениям.

Проанализируем как полное 6-мерное представление в рамках теории гравитации ЭГБ, так и 3-мерную интерпретацию (40). Представьте цилиндр $S := r =$ const. Его стенку S можно представить

как 5-мерную гиперповерхность в 6-мерном пространстве-времени, так и как 2-мерную времениподобную гиперповерхность в 3-мерном пространстве-времени; $\partial\Sigma$ — это пересечение S со светоподобной гиперповерхностью $v =$ const. Полная фоновая метрика в 6-мерном описании выбирается в виде $\overline{g}_{\mu\nu} = \overline{g}_{AB} \times r_0^2\gamma_{ab}$ с 3-мерной анти-де ситтеровской (AdS_3) метрикой $\overline{g}_{AB}$ (см. линейный элемент (35) с функцией $\overline{f} \equiv r^2/l^2 + 1$). С другой стороны, фоновая метрика в 3-мерном описании — это просто AdS_3 метрика $\overline{g}_{AB}$. Фоновые компоненты получаются из (35)–(39) после их обращения в фоновые. Чтобы посчитать массу и поток массы, мы используем времениподобные векторы Киллинга фона $\xi^\alpha = \lambda^\alpha = (-1, \mathbf{0})$; $\lambda_\alpha = (\overline{f}, -1, \mathbf{0})$, где $\mathbf{0}$ включает все оставшиеся пространственные измерения как в 6-мерном, так и в 3-мерном описаниях.

Обратимся сначала к 6-мерному описанию и рассчитаем полную массу. Для ее вычисления необходимо рассчитать поверхностный интеграл от $\hat{\mathcal{I}}^{01}$. Берем все компоненты (35)–(39) вместе с соответствующими фоновыми, а также (30) и подставляем их в выражение для суперпотенциала (33), 01-компоненту которого мы рассчитываем. После довольно продолжительных вычислений получаем

$$M = \oint\limits_{\partial\Sigma} dx^{D-2}\sqrt{-\overline{g}_D}\mathcal{I}^{01} = \oint\limits_{r\to\infty} d\phi\sqrt{-\overline{g}_d}\mathcal{I}^{01} \oint\limits_{r_0} dx^{D-d}\sqrt{-\overline{g}_{D-d}} = \\ = V_{r_0} \oint\limits_{r\to\infty} d\phi\sqrt{-\overline{g}_d}\mathcal{I}^{01}. \quad (41)$$

Интегрирование по сектору $d = 3$ дает нуль, поскольку $\mathcal{I}^{01} \equiv 0$, или точнее ${}_{(GB)}\hat{\mathcal{I}}^{01} \equiv -{}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^{01} \neq 0$. Формула (41) показывает, что нужно рассматривать две возможности: когда дополнительные $D - d = 3$ измерения не компактифицированы, и когда они компактифицированы подходящим отождествлением.

В первом случае нужно рассматривать объекты как реально 6-мерные. Несмотря на то, что $V_{r_0} \to \infty$, интеграл (41) останется нулевым, а поскольку M определяется для произвольных $\partial\Sigma$, то $M_{\partial\Sigma_0} = M_{\partial\Sigma_1} = 0$, что определяет нулевой поток через $\partial\Sigma$. Итак, мы получили как нулевую массу, так и нулевой поток массы. Такое решение нельзя назвать физическим.

Второй случай, по нашему мнению, имеет больше физического смысла. Теперь V_{r_0} в выражении (41) является конечным. Тогда в силу $\mathcal{I}^{01} \sim 1/\kappa_6$ можно принять $\kappa_3 = \kappa_6/V_{r_0}$ и в (41) получаем $M \sim 1/\kappa_3$. Это означает, что 6-мерная эйнштейновская постоянная κ_6 редуцируется в 3-мерную постоянную κ_3, а это есть стандартная процедура теорий типа Калуцы — Клейна. Поэтому в этом случае нужно отказаться

от 6-мерного описания и рассматривать 3-мерное описание с эйнштейновским представлением (40) и естественной интерпретацией величины κ_3. Но для объекта с 3-мерным линейным элементом (35) нулевая масса неприемлема, а чтобы рассчитать «правильную» массу мы должны использовать элементы только теории Эйнштейна, а не ЭГБ. Итак, используя в суперпотенциале (33) только эйнштейновскую часть и заменяя κ_6 новой постоянной κ_3, находим ${}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^{01} = (\mu+1-q/r)/2\kappa_3$. В результате получаем приемлемую массу для решения (35) на AdS_3 фоне [3]:

$$ {}_{(E)}M = \oint\limits_{\partial\Sigma} dx^{D-2}\,{}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^{01}_{C} = (\mu+1)\pi/\kappa_3. \tag{42} $$

Вернемся к первому случаю и посчитаем поток массы, используя выражения для тока. Чтобы получить поток массы через $\partial\Sigma$ нужно вычислить компоненту тока $\hat{\mathcal{I}}^1$ в (23) и проинтегрировать ее по $\partial\Sigma$. Для этого возьмем все компоненты (35)–(39) вместе с их фоновыми значениями, а также (30), и подставим их в (31) и (32) (напомним, что $Z(\lambda)$-член исчезает). После продолжительных вычислений получаем для (23)

$$ {}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^1(\lambda) \equiv {}_{(GB)}\hat{\mathcal{I}}^1(\lambda) \equiv 0, $$

что дает $\hat{\mathcal{I}}^1(\lambda) \equiv 0$. Тогда

$$ \dot{M} = \oint\limits_{\partial\Sigma} dx^{D-2}\hat{\mathcal{I}}^1 \equiv 0, \tag{43} $$

что как раз находится в полном соответствии с описанным выше.

Во втором случае в силу аргументов, изложенных выше, при использовании выражений для тока также нужно опираться на эйнштейновскую интерпретацию (40). Однако в отличие от выражений для суперпотенциалов, мы не можем напрямую использовать эйнштейновскую часть тока из 6-мерного описания, но с редуцированной гравитационной постоянной, поскольку ${}_{(GB)}\hat{\mathcal{I}}^1 \equiv {}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^1 \equiv 0$. Тем не менее, противоречия нет. Напомним, что в 6-мерном описании мы опирались на вакуумные (чисто гравитационные) уравнения теории ЭГБ, в то время как для 3-мерного представления при построении токов (см. (23) и (24)) следует использовать «рожденную» материю в правой части (40). Поэтому для 3-мерного описания нужно использовать компоненту $T^1{}_0 = (\dot{\mu}r - \dot{q})/2\kappa_3 r^2$ в (40), которая дает существенный вклад в ${}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^1 = \sqrt{-g}T^1{}_0\lambda^0 = -(\dot{\mu} - \dot{q}/r)/2\kappa_3$, а значит,

$$ {}_{(E)}\dot{M} = \oint\limits_{\partial\Sigma} dx^{D-2}\,{}_{(E)}\hat{\mathcal{I}}^1_{C} = -\dot{\mu}\pi/\kappa_3. \tag{44} $$

Дифференцирую массу (42), полученную с помощью сперпотенциала, находим также ${}_{(E)}\dot{M} = -\dot{\mu}\pi/\kappa_3$ (знак минус появился вследствие того, что v — опережающее время).

Заключение

Полезно сравнить наши результаты с результатами в работе [15]. Авторы в рамках теории Лавлока произвольного прядка представили новые решения, аналогичные решению (35)–(39) в ЭГБ гравитации, только статические. С использованием техники Валда [16] они доказали, что объекты, соответствующие их решениям, имеют нулевую энтропию, а, следовательно, и нулевую массу. Это совпадает с нашим выводом. Действительно, в [15] используется лагранжиан во всех D измерениях, точно так же, как мы в первом случае анализируем объекты во всех 6 измерениях. Как масса, так и поток масс таких объектов равны нулю.

В работах [9, 10] материя, представленная тензором энергии-импульса справа (40), трактуется как материя, рожденная дополнительными измерениями в целом. Конечно такая трактовка отличается от стандартной картины Калуцы — Клейна, где каждому компактифицированному измерению соответствует его собственный заряд. Тем не менее, как мы показали, компактифицированные измерения редуцируются стандартным образом. Кроме того, мы продемонстрировали, что материя представленная решением (40), имеет классически определенные массу (42) и поток массы (44). А поэтому, опираясь на эти аргументы, мы даем больше оснований авторам [9, 10] утверждать, что их решения представляют объекты типа Калуцы — Клейна.

Таким образом, построение сохраняющихся величин в теории гравитации ЭГБ в рамках программы [1–4] является действенным инструментом для анализа важных физических свойств нестандартных и интересных решений в этой теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Petrov A. N. Class. Quantum Grav. 26 135010 (2009); Corrigendum: Class. Quantum Grav. 27 069801 (2010); arXiv:0905.3622 [gr-qc].
2. Petrov A. N. // Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of XV International Meeting (Moscow, 6–9 July 2009) / M. C. Duffy, V. O. Gladyshev, A. N. Morozov, P. Rowlands (Moscow: BMSTU, 2009), 472–481.
3. Petrov A. N. Grav. Cosmol. 16 3 (2010); arXiv:0911.5419 [gr-qc].
4. Petrov A. N., Class. Quantum Grav. 28 215021 (2011); arXiv:1102.5636 [gr-qc].
5. Katz J., Bičák J., Lynden-Bell D. Phys. Rev. D. — 55 5957 (1997); arXiv:gr-qc/0504041.

6. Petrov A. N. and J. Katz *Proc. R. Soc. A, London.* — 458 319 (2002); arXiv:gr-qc/9911025.
7. Петров А. Н. Вестник Московского ун-та. Физика. Астрономия. — № 1 18 (2004); arXiv:gr-qc/0402090.
8. Petrov A. N. 2-nd chapter in the book: Classical and Quantum Gravity Research / M. N. Christiansen, T. K. Rasmussen (Nova Science Publishers, N. Y. 2008) 79–160; arXiv:0705.0019 [gr-qc].
9. Maeda H., Dadhich N. Phys. Rev. D. — 75 044007 (2007); arXiv:hep-th/0611188.
10. Molina A., Dadhich N. Int. J. Mod. Phys. D. — 18 599 (2009); arXiv:0804.1194 [gr-qc].
11. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969.
12. Katz J., Livshits G. Class. Quantum Grav. — 25 175024 (2008); arXiv:0807.3079 [gr-qc].
13. Olea R. // JHEP — 0506, 023 (2005); arXiv:hep-th/0504233.
14. Mišković O., Olea R. Phys. Rev. D. — 79, 124020 (2009); arXiv:0902.2082 [hep-th].
15. Cai R.-G., Cao L.-M., Ohta M. Phys. Rev. D. — 81 024018 (2010); arXiv:0911.0245 [hep-th].
16. Wald R. M. Phys. Rev. D. — 48 3427 (1993); arXiv:gr-qc/9307038.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.121.7+524.8+530.1:51-72

С.В.Сипаров

О ГРАВИТАЦИИ ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ

Проводится параллель между ситуациями в физике, сложившимися на рубеже IXI–XX вв. и на рубеже XX–XXI вв. Сто лет назад наиболее фундаментальной теорией была электродинамика Максвелла, предсказавшая существование волн, подразумевавшая ненаблюдаемый эфир и столкнувшаяся с проблемой отрицательного результата опыта Майкельсона — Морли. Сейчас наиболее фундаментальной теорией является ОТО Эйнштейна, предсказавшая гравитационное красное смещение и столкнувшаяся с проблемой плоских кривых вращения спиральных галактик и рядом других, которые обычно решают, вводя ненаблюдаемую темную материю. Сто лет назад была введена новая модель для описания физической реальности — пространство-время с новым типом геометрии, что стало основой СТО и позволило избавиться от эфира, справиться с затруднениями и предсказать новые явления. В дальнейшем решение уравнений ОТО привело к новым космологическим представлениям. Сейчас предлагается ввести новую модель для описания физической реальности — фазовое пространство-время с новым типом геометрии, которое является основой анизотропной геометродинамики (АГД) и позволяет обойтись без темной материи при интерпретации наблюдаемых кривых вращения, объяснить закон Талли — Фишера, динамику шаровых скоплений, некоторые проблемы гравитационного линзирования. В рамках АГД, где гравитационная сила оказывается зависящей от скорости гравитирующих тел в большей степени, чем в известных теориях, предложена модель образования рукавов и перекладин в спиральных галактиках и указывается на возможность существования отрицательных гравитационных линз, что допускает новую интерпретацию данных наблюдений SN1a. Использование АГД также приводит к новым космологическим представлениям, которые могут рассматриваться наряду с известными.

E-mail: sergey@siparov.ru

Ключевые слова: гравитация, анизотропия, фазовое пространство-время, интерпретация наблюдений, спиральные галактики.

Предлагаемая работа является методической и построена на материале книги, которая выходит в октябре 2011 г. [1]. В работе предпринята попытка провести параллель между тем, как развивались ситуации в физике на рубежах XIX–XX и XX–XXI вв.

В конце XIX в. в физике фундаментальной теорией являлась электродинамика Максвелла, в которой было предсказание о существовании электромагнитных волн, впоследствии обнаруженных экспериментально. Эта теория подразумевала также существование ненаблюдаемой светоносной среды — эфира. Последний мог бы служить абсолютной системой отсчета. Существенной проблемой в этой теории, был отрицательный результат опыта Майкельсона — Морли.

В конце XX в. фундаментальной теорией физики стала общая теория относительности (ОТО) А. Эйнштейна (вопросы одновременно развивавшейся квантовой теории и ее фундаментального характера в данной работе не рассматриваются). Основным достижением ОТО являлось предсказание гравитационного красного смещения, впоследствии обнаруженного и измеренного в эксперименте с высокой точностью [2]. Существенной проблемой в ОТО были наблюдаемые плоские кривые вращения спиральных галактик (и некоторые другие наблюдения). Решение этих проблем в настоящее время заключается в предположении, что существует дополнительный источник гравитации, принципиально ненаблюдаемый в электромагнитном диапазоне — (небарионная) темная материя, масса которой в несколько раз превосходит массу всех остальных наблюдаемых тел, для каждого из которых в отдельности ОТО успешно применима. Эта темная материя отличается от барионной, которую имел в виду Ф. Цвики. Наблюдения этой материи привели его к выводу, что масса кластера галактик недостаточна для удержания кластера как целого.

Напомним кратко, в чем состоят наблюдения, не согласующиеся с классической ОТО, т. е. не модифицированной и не учитывающей наличия невидимых тел. Кривой вращения называют зависимость орбитальных скоростей (чаще квадратов скоростей) звезд в спиральной галактике от расстояния до ее центра. Расчеты, основанные на подходах Шварцшильда — Эйнштейна — Ньютона, приводят к выводу, что эти скорости обращаются в ноль на периферии видимого диска галактики. Следует отметить, что значения скоростей приближаются к константам порядка 10^5 м/с практически для всех спиральных галактик, причем как сверху, так и снизу в зависимости от параметров галактики. Также известен эмпирический закон Талли — Фишера, согласно которому светимость спиральной галактики пропорциональна четвертой степени орбитальной скорости звезд на периферии (необходимо обратить внимание на то, что в этом случае светимость связана только с видимой материей, т. е. эта закономерность не нуждается в привлечении темной материи). Отмечены также особенности поведения шаровых скоплений звезд в нашей (спиральной) галактике: их орбиты в плоскостях, близких к перпендикулярным плоскости галактики, не имеют парадоксальных особенностей, характерных для кривых вращения; скопления сосредоточены в основном вблизи центра галактики, а не на ее периферии, как это следует из закона Кеплера. Наблюдаемый эффект гравитационного линзирования иногда превосходит расчетный в несколько раз (что также трактуется как проявление действия темной материи).

Сравним попытки преодоления возникших затруднений 100 лет назад и в настоящее время:

XIX–XX вв: почему опыт Майкельсона — Морли дает отрицательный результат?

1. Возникает «увлечение эфира» движущимся телом (Герц). Но тогда должна отсутствовать аберрация, которая наблюдается.

2. Справедлива «баллистическая теория света» (Ритц), т. е. скорость света постоянна относительно своего источника, а не приемника. Но тогда изображения двойных звезд не могут давать наблюдаемую картину.

3. Существует «электромагнитное сжатие» всех движущихся тел, состоящих из заряженных частиц, в направлении их движения (Лоренц, Фицджеральд, Лармор). Это предположение, основанное на гипотезе существования эфира, непротиворечиво, объясняет результаты эксперимента на основе тех же формул, что и СТО, и Лоренц даже в 1913 г. полагал свою теорию применимой и предпочтительной. Однако непосредственно измерить параметры эфира не удается.

Все попытки основаны на поиске физической причины. Математика и вычисления играют вторичную, вспомогательную роль.

XX–XXI вв.: почему форма наблюдаемых кривых вращения противоречит теории?

1. Выражение для действия Гильберта — Эйнштейна имеет неудовлетворительный вид:

а) $f(R)$-теории (Де Витт);

б) дополнительное скалярное поле (Бранс — Дике);

в) несимметричная метрика, соответствующая пятому фундаментальному взаимодействию (Моффат);

г) скаляр, построенный с помощью тензора Вейля.

Эти и подобные попытки не привели к удовлетворительному совпадению с наблюдениями.

2. Эмпирическая теория МОНД (Мильгрем) дает требуемое совпадение с экспериментом, но содержит дополнительные подгоночную константу и произвольную функцию. А ее ковариантная версия (Бекенштейн) сводится к введению дополнительного поля.

3. Существует темная материя, количество которой в 3–4 раза превышает количество видимой материи. Она не участвует в электромагнитном взаимодействии (т. е. не поглощает и не излучает электромагнитное излучение) и обеспечивает наблюдаемую динамику. Это предположение, основанное на гипотезе существования темной материи, несвободно от серьезных противоречий, но объясняет результаты эксперимента и в настоящее время принимается физическим сообществом. Однако непосредственно измерить параметры частиц темной материи пока не удается.

Все попытки основаны на поиске недостатков в математических выражениях. Физика и наблюдения играют лишь стимулирующую роль, но, в конце концов, вынуждают ввести новую сущность, которая никак не может считаться малой поправкой к наблюдаемому устройству мира.

Если считать, что в обоих случаях ситуация неудовлетворительна, то дальнейшие события можно представить так:

XX в.	**XXI в.**
Постулат: скорость света не зависит от движения инерциальной системы отсчета.	**Постулат**: гравитационная сила не является ньютоновской.
Наводящее соображение: опыт Майкельсона — Морли.	**Наводящее соображение**: наблюдаемые кривые вращения не согласуются с теорией.
Соотношение математики, физики и измерений: существование и движение мгновенно взаимодействующих объектов в абсолютном пространстве и времени нарушают принцип причинности. Следует перейти к рассмотрению процессов.	**Соотношение математики, физики и измерений**: физическое пространство-время (ф. п-в.) не может быть пустым (в физике отсутствует абсолютный наблюдатель), поэтому следует обобщить преобразования Лоренца с учетом процедуры измерения равномерного прямолинейного движения; ф. п-в. не может быть одновременно пустым и искривленным (если не отступать от принятой в ОТО причины искривления — присутствующей в пространстве массы); ф. п-в. не может быть изотропным (нельзя пренебрегать массовыми токами). Результаты измерений следует соотносить с идеальными объектами, соблюдая непротиворечивость рассуждений.
Следствие: предлагается новая модель реальности — пространство-время (требующая новой геометрии) — которая оказывается пригодной для описания наблюдаемых физических явлений и вовлекает новую математику.	**Вопрос**: существует ли новая модель реальности (возможно, требующая и новой геометрии), которая могла бы оказаться пригодной для описания наблюдаемых физических явлений?

Модель четырехмерного пространства-времени, предложенная Г. Минковским в 1908 г. для описания реального мира, была непривычной для своего времени. Так, А. Пуанкаре, высказывавший сходные идеи еще в 1904 г., полагал ее искусственной и указывал, что сложность перевода всей физики на новый язык столь велика, что «игра не стоит свеч». Однако в итоге эта модель, основанная на результатах А. Эйнштейна [3], позволила естественным образом сохранить предшествовавшую фундаментальную теорию — электродинамику Максвелла — и обойтись без использования ненаблюдаемого эфира. В дальнейшем она получила развитие в процессе обобщения на ускоренные системы отсчета и вовлечении гравитации.

В работе [4] также предлагается изменить существующую модель описания реального мира, подробно это обсуждается и в работе [1]. Наводящими соображениями явились принцип эквивалентности, по-

нимаемый в точном соответствии со своей формулировкой, и тождество Максвелла. А именно: если не существует принципиальной возможности различить гравитационные силы и силы инерции с помощью измерений, то, поскольку сила инерции может существенно зависеть от скорости (например, сила Кориолиса), от скорости должна зависеть и сила гравитации, причем исключить такую зависимость принципиально невозможно вследствие отсутствия абсолютной системы отсчета. Анализ показал, что такие известные зависимости гравитационной силы от скорости, как проявление в высших порядках разложения в ОТО, в теории гравитоэлектромагнетизма (ГЭМ), в рамках представлений, связанных с метрикой Керра, не являются удовлетворительными. Одновременно из геометрического тождества Максвелла следует, что формальная основа, как электродинамики, так и гравитации представляет собой одни и те же структуры, что с самого начала отмечалось исследователями. В частности, это означает, что необходимо учитывать взаимодействие пробного тела и *тока массы*, хотя вводить его по аналогии, как в ГЭМ, неправомочно. Можно показать, что движущиеся тела оказывают *неустранимое* влияние на гравитационное взаимодействие. Следствием зависимости гравитационной силы от скорости является необходимость введения анизотропной метрики, что указывает на анизотропию и самого геометрического пространства, которое следует использовать для моделирования реальности.

В качестве такого пространства рассмотрим фазовое пространство-время

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) \Rightarrow (x^0, x^1, x^2, x^3, y^0, y^1, y^2, y^3), \tag{1}$$

в котором y^i представляет собой производную $y^i = \dfrac{dx^i}{ds}$, взятую вдоль траектории $x^i = x^i(s)$ пробной частицы. В «физических» переменных этот набор координат примет вид

$$\begin{gathered}(x^0, x^1, x^2, x^3, y^0, y^1, y^2, y^3) \Leftrightarrow \left(ct, x, y, z, 1, \frac{v_x}{H}, \frac{v_y}{H}, \frac{v_z}{H}\right); \\ [c] = m/s; \quad [H] = s^{-1},\end{gathered} \tag{2}$$

где c — уже встречавшаяся ранее фундаментальная константа, имеющая размерность скорости; H — новая фундаментальная константа, имеющая размерность обратного времени. Следует обратить внимание на то, что одна из восьми координат во введенном пространстве является постоянной, и, таким образом, все события в восьмимерном фазовом пространстве-времени будут происходить на семимерной поверхности. Введенные дополнительные измерения имеют ясный физический смысл, известный по обычному (шестимерному) фазовому

пространству. Метрика в простейшем линеаризованном случае имеет вид

$$g_{ij}(x,y) = \eta_{ij} + \varepsilon_{ij}(x,y);$$
$$\eta_{ij} = \mathrm{diag}\{1,-1,-1,-1\}; \quad \varepsilon_{ij}(x,y) = \varsigma\xi_{ij}; \quad \varsigma \ll 1, \tag{3}$$

где η_{ij} — метрика Минковского; $\varepsilon_{ij}(x,y)$ — малое анизотропное возмущение. Более строго описание анизотропного пространства и его метрики приведено в работах [1, 4]. Обобщенная геодезическая имеет вид

$$\frac{dy^i}{ds} + \left(\Gamma^i_{lk} + \frac{1}{2}\,\gamma^{it}\,\frac{\partial^2\varepsilon_{kl}}{\partial x^j\partial y^t}\,y^j\right)y^k y^l = 0, \tag{4}$$

где Γ^i_{jk} — символ Кристоффеля, зависящий от y, $\Gamma^i_{jk} = \dfrac{1}{2}\,\gamma^{ih}\left(\dfrac{\partial\varepsilon_{hj}}{\partial x^k} + \right.$ $\left. + \dfrac{\partial\varepsilon_{hk}}{\partial x^j} - \dfrac{\partial\varepsilon_{jk}}{\partial x^h}\right)$. После преобразований и упрощений получают уравнения движения (уравнения динамики) в пределе слабого поля в анизотропном пространстве

$$\vec{F}^{(g)} = \frac{mc^2}{2}\left\{-\nabla\varepsilon_{00} + \left[\vec{v}, \mathrm{rot}\,\frac{\partial\varepsilon_{00}}{\partial\vec{v}}\right] + \nabla\left(\vec{v}, \frac{\partial\varepsilon_{00}}{\partial\vec{v}}\right)\right\} \tag{5}$$

или в простейшем случае

$$\vec{F}^{(g)} = \frac{mc^2}{2}\,\nabla\left\{-\varepsilon_{00} + \frac{2}{c^2}\cdot 4(\vec{u},\vec{v})\right\}; \vec{u} \equiv \frac{c^2}{4}\,\frac{\partial\varepsilon_{00}}{\partial\vec{v}} \equiv [\vec{\Omega},\vec{r}]. \tag{6}$$

С помощью этих и им подобных соотношений можно получить ряд теоретических результатов, соответствующих наблюдениям. Прежде чем привести их краткий перечень, подчеркнем два обстоятельства. Во-первых, рассматриваемая теория, которую называют анизотропной геометродинамикой (АГД), непосредственно сводится к ОТО в пределе малых масштабов (звезда, планетная система), т. е. малых токов массы, и все известные результаты остаются на этих масштабах справедливыми. Во-вторых, на галактических масштабах прежняя модель источника гравитации — точка или сферический объект — непригодна, поскольку в ней не учитывается ток массы. Новой моделью элементарного источника будет система «центр плюс ток» (ЦПТ), представляющая собой «заряд, окруженный витком» и учитывающая соответствующий член в выражении для силы. Эту модель и следует использовать для расчетов, связанных со спиральными галактиками. При этом получают следующие основные результаты.

1. Теоретические кривые вращения дают два предельных значения орбитальной скорости: нулевое и постоянное, что соответствует плоским кривым.

2. Процедура оценки этого постоянного значения приводит к закону Талли — Фишера, а его величина соответствет наблюдаемым значениям.

3. Движение шаровых скоплений по орбитам, перпендикулярным плоскости галактики, не требует учета дополнительных составляющих вследствие вида новых слагаемых в формулах (5), (6) и поэтому остается кеплеровским.

4. Как показывает численный расчет, траектории пробного тела в поле системы ЦПТ допускают его движение в окрестности центра, а не на периферии. Пункты 3 и 4 снимают известные парадоксы, связанные с наблюдаемым движением шаровых скоплений.

4. Как показывает численный расчет, траектории пробного тела в поле системы ЦПТ допускают его движение в окрестности центра, а не на периферии. Пункты 3 и 4 снимают известные парадоксы, связанные с наблюдаемым движением шаровых скоплений.

5. Выбор скорости света c и постоянной Хаббла H в качестве фундаментальных констант приводит к численным оценкам, соответствующим наблюдениям. С другой стороны, известная, но необъясненная близость эмпирической константы в теории МОНД к произведению фундаментальных параметров cH восьмимерного фазового пространства-времени становится неслучайной, так как в АГД именно это значение определяет область применимости теории.

6. Отклонение луча при прохождении вблизи системы ЦПТ с необходимой ориентацией существенно превышает отклонение луча при прохождении вблизи соответствующей сферической массы, что объясняет количественные расхождения при непосредственном наблюдении некоторых гравитационных линз.

Таким образом, применение перечисленных результатов позволяет удовлетворительно описывать наблюдения, приведенные в начале работы, и при этом не требуется введения темной материи, поскольку эти результаты основаны на другой модели, используемой для описания реального мира. Подход АГД позволяет также получить и другие, представляющие интерес результаты.

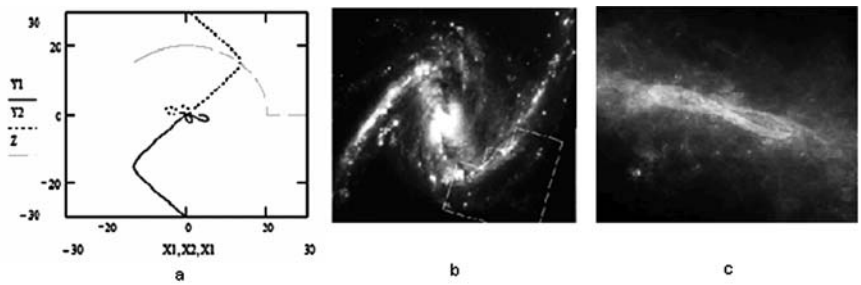
7. Для гравитационных линз в случае их профильной ориентации по отношению к источнику можно получить формулу для «радиусов» Хвольсона — Эйнштейна в виде

$$\xi_{1or2} = 4\xi_{Hv-E}\,\frac{\xi_{Hv-E}}{R_S}\,\frac{V_{eff}}{c}\left[\pm 1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{V_{eff}^2}\,\frac{R_S D_s}{32 D_{ds} D_d}}\right].$$

Применяя эту формулу, например для такой известной системы, как Крест Эйнштейна, можно убедиться, что результат соответствует наблюдениям [5].

8. Если линза представляет собой спиральную галактику, а источник света принадлежит ей, то АГД допускает существование рассеивающей гравитационной линзы, что связано с двумя последовательными отклонениями луча в поле системы ЦПТ. Это означает, что оценка расстояния до такого источника по его светимости будет завышенной. Если он используется в качестве стандартной свечи (является сверхновой типа 1a), то его красное смещение войдет в противоречие с линейным законом Хаббла, хотя это и не будет свидетельствовать об ускорении расширения Вселенной.

9. Расчет взрыва центрального тела в модели ЦПТ, приводящего к выбросу двух равных масс в противоположных направлениях в плоскости витка, приводит к траекториям, напоминающим известные по наблюдениям, получаемым с помощью телескопа «Хаббл» (рисунок, a и b), и полученные недавно в космической обсерватории «Гершель» [6] (рисунок, a и c) при фотографировании центра нашей галактики. Это позволяет предложить новый подход к исследованию происхождения как рукавов, так и баров (перекладин), характерных для большинства спиральных галактик.



a) Numerical calculation (the exact view of central details depends on the step of calculation but they remain always present
b) Galaxy NGC-1365 (Hubble telescope, NASA/ESA)
c) Details discovered by Herschel orbital observatory in the center of Milky Way (to appear in ApJ)

10. Существует возможность непосредственного измерения анизотропии нашей галактики, обусловленной движением масс. Она связана с исследованием эффекта оптико-метрического параметрического резонанса, проявляющегося в появлении специфического сигнала в излучении космических мазеров, обусловленного действием гравитационного излучения периодических источников типа тесных двойных звездных систем на космический мазер. Соответствующая теория [7] и первые обнадеживающие результаты [8] также подробно обсуждаются в книге [1].

Проследим дальнейшие параллели, связанные с развитием соответствующих теорий в начале XX и XXI вв.:

Начало XX в.	**Начало XX в.**
Глубокое проникновение в физику новых (для нее) математических идей связанных с новой моделью интуитивных понятий пространства и времени, т. е. с четырехмерным пространством-временем (Риманова геометрия, теория групп и др.)	Математические идеи, связанные с новой моделью интуитивных понятий пространства и времени, т. е. с $(7+1)$-мерным фазовым пространством-временем
Возникновение теории гравитации (ОТО) и появление «точных решений»	Теория АГД как обобщение ОТО
Космологические следствия «точных решений» уравнений теории ОТО и сопутствующая им интерпретация наблюдений: существование черных дыр и ненаблюдаемой темной материи; нестационарность (расширение) Вселенной и Большой Взрыв; ускорение расширения Вселенной, вызванное темной энергией, связанной с взаимодействием отталкивания	Космологические следствия теории АГД и сопутствующая им интерпретация наблюдений: турбулентная Вселенная из барионной материи, представляющая собой взаимодействующие вихри разных масштабов

Математические идеи, связанные с появлением специальной теории относительности СТО и ОТО, достаточно известны. Перечислим лишь соответствующие обстоятельства, связанные с АГД. Заметим также, что наличие у теории дополнительного фундаментального параметра $l = c/H$ с размерностью длины и существование координаты, сохраняющей постоянное значение, вызывают ряд ассоциаций, связанных с хорошо разработанными разделами ОТО и связанных с ней теорий, в частности следующие.

1. Геометрии Римана оказывается недостаточно для описания анизотропного пространства. Следует рассмотреть возможность использования геометрий Финслера, Лагранжа и др. (в АГД используется обобщенная геометрия Лагранжа).

2. Фазовое пространство-время может быть естественно представлено в виде различных сумм своих подпространств, изученных ранее. Так, подпространство, соответствующее координатам (x^0, x^1, x^2, x^3), есть обычное пространство-время с координатами на основном многообразии и геометрией Римана. Подпространство, соответствующее координатам $(x^0, y^0, y^1, y^2, y^3)$, используется в теории частиц высоких энергий (релятивистское пространство скоростей) и эффективно описывается геометрией Лобачевского. Подпространство, соответствующее координатам $(x^0, x^1, x^2, x^3, y^0)$, соответствует классическому пространству Де Ситтера, содержащего фундаментальный параметр с размерностью длины. Оно используется при обсуждении космологических проблем, в том числе в последнее время для выявления связи постоянного радиуса кривизны с космологической постоянной и темной энергией.

3. Как указывалось выше, следует обобщить преобразования Лоренца таким образом, чтобы перейти от воображаемых движений к измеряемым, т. е. исключить неопределенность, связанную с состоянием движения самого наблюдателя. В соответствии с работой [9] обобщенное преобразование Лоренца, сохраняющее наблюдаемое равномерное прямолинейное движение, должно содержать некоторую фундаментальную длину, т. е. как раз тот новый параметр, который возник и в АГД.

4. Следует отметить, что наиболее общая группа преобразований [10] также содержит фундаментальную константу с размерностью длины. Это группа Де Ситтера, соответствующая преобразованию $x^{i\prime} = \dfrac{L^i_j x^j + a_i x^i}{1 + l^{-1} b_i x^i}$ (a_i и b_i — безразмерные величины). Заметим также, что связанная с ней однородная группа $x^{i\prime} = \dfrac{L^i_j x^j}{1 + l^{-1} b_i x^i}$ не сохраняет интервал пространства Минковского.

Итак, в подходе АГД все эти направления становятся естественно связанными друг с другом, что обусловлено использованием (обобщенной лагранжевой) геометрии восьмимерного фазового пространства-времени. Это, в том числе, означает, что при рассмотрении ситуаций и задач в пространствах меньшей размерности, т. е. в пределах лишь некоторых проекций 8-мерного фазового пространства-времени, могут возникать дополнительные проблемы и трудности, что, собственно, и происходит. Известно также и требование к общему подходу классической динамики, в котором подчеркивается [11] необходимость перехода от конфигурационного пространства к фазовому пространству. В первом из них реализуются начальные и текущие положения частицы, точками второго являются состояния частиц, представляемые парами {положение, скорость}. АГД соответствует релятивистскому обобщению такого подхода.

Отметим причины, которые привели к несоответствиям решений уравнений классической ОТО и наблюдений на галактических масштабах. Они связаны с переоценкой роли точных решений математических задач и недооценкой физической постановки последних. Более подробно эти вопросы освещены в работе [5] и книге [1]. Здесь отметим лишь, что решения уравнений поля проводились в отрыве от уравнения геодезической. В частности, не был проведен анализ возможности проверки используемых граничных условий; не было уделено внимания существованию двух задач — внешней и внутренней — анализу их применимости к различным физическим ситуациям и, соответственно, вопросам сшивания решений; в последнее время в связи с интересом к космологической постоянной — возникают вводящие в заблуждение спекуляции на оценке этого подхода, сделанной А. Эйнштейном, который использовал его первым. Иногда утвержда-

ется, что А. Эйнштейн говорил об этом как о «величайшей ошибке своей жизни» в связи с наблюдениями Хаббла, интерпретируемыми как подтверждение теории Фридмана о нестационарной Вселенной. Однако А. Эйнштейн указывал просто на неустойчивость соответствующего решения уравнений поля с космологической постоянной.

Следует отметить, что сам А. Эйнштейн, а также В. А. Фок, отдавая дань красивым математическим результатам, придерживались приближенных, но физически более обоснованных решений соответствующих уравнений. В АГД также рассматривается линейное приближение. Причем следует подчеркнуть, что в этом приближении вид уравнений поля остается таким же, как и в ОТО [12], и лишь символы Кристоффеля начинают зависеть от y^i.

Обсудим в заключение космологические выводы, следующие из ОТО и АГД. Из понятий, возникших на основе ОТО и сопровождаемых соответствующей интерпретацией некоторых наблюдений (см. выше), наиболее трудно обойтись без Большого Взрыва, поскольку существенным элементом соответствующих гипотез является то, что на самых ранних его стадиях материя, составляющая Вселенную, находилась в состоянии теплового равновесия. Последнее с изумительной точностью подтверждается данными, полученными спутником COBE. В остальных следствиях, несмотря на их общепризнанный характер, имеются внутренние противоречия и альтернативы. При использовании внутренней задачи Шварцшильда для моделирования массивных однородных сферически симметричных объектов возникновение черных дыр может оказаться невозможным [1, 5, 13]. Гипотеза темной материи оказывается необязательной в АГД. Линейный закон Хаббла может соответствовать как равномерному расширению Вселенной (эффект Доплера), так и гравитационному красному смещению, обусловленному тангенциальным движением ее удаленных частей, следующему из АГД. Отклонение от линейности в законе Хаббла в наблюдениях SN1a может соответствовать ускорению расширения Вселенной, но может объясняться и разбросом тангенциальных скоростей удаленных частей Вселенной, содержащих эти источники, или неправильному определению расстояний до них, связанному с действием рассеивающих гравитационных линз в АГД.

Особенностью космологической картины, следующей из АГД, является то, что на масштабах звезд и планетных систем сохраняются все выводы и предсказания ОТО, но на масштабах галактик и выше главную роль играют тангенциальные движения материи. При рассмотрении анизотропного пространства в гравитационном взаимодействии начинает прослеживаться связь с инерцией. Это приводит к появлению «сил отталкивания», не имеющих характера пятой фундаментальной силы, исключить которые из наблюдений или отделить от классических гравитационных сил не представляется возможным в полном соответ-

ствии с принципом эквивалентности. Вселенная напоминает среду с развитой турбулентностью и взаимодействующими вихрями различных масштабов. Это по-новому освещает имеющиеся представления о распределении энергии между светящимися телами (классическая гравитация) и их движением во Вселенной. В целом такая картина оказывается экономнее, удовлетворительно описывает и те наблюдения, с которыми не справляется классическая ОТО, а также требует не привлечения новых понятий, а использования другой модели для описания физической реальности — фазового пространства-времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Siparov S. Introduction to the Anisotropic Geometrodynamics // World Scientific. New Jersey–-London-–Singapore, 2011.
2. Müller H., Peters A., Chu S. A precision measurement of the gravitational redshift by the interference of matter waves // Nature. — 2010. — 463, 926.
3. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. // Ann. Phys. — 1905. — 322 (10). — S. 891.
4. Сипаров С. Закон гравитации и модель источника в анизотропной геометродинамике // ГЧГФ. — 2009. — 12, 144; Siparov S. Anisotropic Geometrodynamics: Observations and Cosmological Consequences // Proc. 4-th Int. Gamow Conf. Odessa. — 2009 / Ed. S. K. Chakrabarti, G. S. Bisnovatyi-Kogan, A. I. Zhuk, AIP Conf. Proc., Melville, New York. Vol. 1206, 152; Siparov S. Anisotropic metric for the gravitation theory — new ways to interpret the classical GRT tests // Proc. Int. Conf. DGDS-2009. BSG Proc. Vol. 17 / Ed. K. Udriste, V. Balan. Geom. Balkan Press. — 2010. — P. 190; Siparov S. Anisotropic geometrodynamics in cosmological problems //Proc. Int. Conf. ”Math. and Astron.”, Madrid. — 2009 // Eds. M. de Leon, D.M. de Diego, R. M. Ros, AIP Conf. Proc., Melville, New York. — 2010. — Vol. 1283, 222.
5. Сипаров С.В. // ГЧГФ. — 2011. — 15. (В печати).
6. Molinari S. et al. A 100-parsec Elliptical and Twisted Ring of Cold and Dense Molecular Clouds Revealed by HERSCHEL around the Galactic Center. arXiv:1105.54684v1 [astro-ph.GA]. 27 May 2011.
7. Siparov S. A two-level atom in the field of a gravitational wave — on the possibility of parametric resonance. A&A. — 2004. — 416, 815.
8. Сипаров С. В., Самодуров В. А. Выделение составляющей излучения космического мазера, возникающей из-за гравитационно-волнового воздействия // Комп. опт. — 2009. — 33. — С. 79.
9. Kerner E. H. An extension of the concept of inertial frame and of Lorentz Transformation // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1976. — 73, 1418.
10. Bacry H., Levy-Leblond J.-M. Possible Kinematics // J. Math. Phys. — 1968. — 9. — P. 1605.
11. Морнев О. А. Ньютонова динамика на многообразиях // VIII Всероссийский конгресс по теор. и прикл. мех. Пермь. — 2001.
12. Voicu N. New Considerations on Einstein Equations in Pseudo-Finsler Spaces // AIP Conf. Proc. Melville, New York. — 2010. — 1283. — P. 249.
13. Hobson M. P., Efstathion G., Lasenby A. N. General Relativity. Cambridge, 2009.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 524.83

М.Б.Челноков

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ВСЕЛЕННОЙ НА ОСНОВЕ РАСШИРЕННОЙ СИСТЕМЫ ПЛАНКОВСКИХ ВЕЛИЧИН

В работе на основе расширенной системы планковских величин оцениваются параметры Вселенной. Показано, что если взять в качестве исходной плотность темной материи, то получаются цифры для времени жизни и радиуса Вселенной, согласующиеся с известными экспериментальными данными. Кроме того, рассчитанная величина момента импульса Вселенной позволяет сделать вывод о ее анизотропии.

E-mail: l-chelnok@yandex.ru

Ключевые слова: планковские величины, масса, длина, время, физические константы.

Как известно, Макс Планк ввел свои знаменитые величины на рубеже XIX и XX вв. [1, 2]:

$$l_0 = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1{,}61 \cdot 10^{-33} \text{ см}; \tag{1}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5{,}47 \cdot 10^{-44} \text{ с}; \tag{2}$$

$$m_0 = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2{,}18 \cdot 10^{-5} \text{ г}. \tag{3}$$

Планк считал эти величины (и, видимо, не без основания) естественными единицами измерения, универсальными для любых цивилизаций. Затем этим величинам стали приписывать физический смысл, связанный с характеристиками микромира (правда, в такой интерпретации выпадает m_0, а остаются только l_0 и t_0). Считается, что это — либо размеры элементарной ячейки в квантованном пространстве-времени, либо характерные размеры компактифицированных измерений, связанных с различными взаимодействиями. Правда, глубокой аргументации такой интерпретации на сегодня не существует, это, скорее, лишь гипотеза.

Непонятно, почему Макс Планк включил в свою систему лишь гравитационную постоянную, скорость света и постоянную Планка, обойдя стороной такую не менее фундаментальную постоянную, как элементарный заряд. В работе автора [3] построена расширенная система планковских величин, в которую как раз включен элементарный заряд. При этом планковская система теряет свою однозначность и становится бесконечнозначной, а именно:

$$l = l_0\sqrt{\alpha^n}; \tag{4}$$

$$t = t_0\sqrt{\alpha^n}; \tag{5}$$

$$m = m_0\sqrt{\alpha^n}, \tag{6}$$

где $\alpha = \dfrac{e^2}{\hbar c}$ — постоянная тонкой структуры; n — произвольная степень.

По такому же принципу, как l, t и m можно построить безразмерную комбинацию $\hbar$, c, G, e. Эта комбинация оказывается равной постоянной тонкой структуры в произвольной степени, и при этом, как выясняется, сюда вообще не может входить гравитационная постоянная.

Ориентируясь на расширенную систему планковских величин, мы предполагаем, что эти величины могут иметь отношение не только к микромиру, но и к макромиру, и даже к мегамиру. В связи с этим выпишем некоторые параметры Вселенной, на которые мы будем ориентироваться [4].

Постоянная Хаббла $H = (50\ldots100)\,\dfrac{\text{км}}{\text{с}\cdot\text{Мпк}}$. Эта постоянная известна из астрономических наблюдений со значительной неопределенностью, кроме того, она, видимо, может меняться со временем, а отсюда возникает неопределенность и в других величинах.

Критическая плотность Вселенной и равная ей по порядку величин плотность темной материи $\rho = (5\ldots20)\cdot10^{-30}\,\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$

Возраст Вселенной — 10...20 млрд лет.

Радиус горизонта — $4\cdot10^{28}$ см.

Рассмотрим теперь на основе расширенной системы планковских величин параметр с размерностью плотности:

$$\rho = \frac{m}{l^3} = \frac{m_0\sqrt{\alpha^n}}{l_0^3\alpha^{3n/2}} = \frac{m_0}{l_0^3\alpha^n} \tag{7}$$

Отсюда можно определить α^n по известной величине критической плотности Вселенной (или, что то же самое, по плотности темной материи — по порядку величин).

Для нижнего значения ρ, равного $5\cdot10^{-30}\,\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$, получаем $\alpha^n = 1{,}04\cdot10^{123}$, для верхнего значения ρ, равного $20\cdot10^{-30}\,\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$, получаем $\alpha^n = 2{,}61\cdot10^{122}$.

Если теперь по формуле (5) рассчитать время существования Вселенной, ориентируясь на верхнее значение плотности и соответствующую величину α^n, то получаем: $t = 8{,}86\cdot10^{17}$ с $= 28$ млрд лет, что всего лишь на 40% превышает верхнюю экспериментальную цифру 20 млрд лет. По нижним значениям плотности и экспериментальному

времени существования Вселенной расхождение существенно больше, а, именно, в 5,6 раза.

Если теперь по формуле (4) рассчитать радиус (горизонт) Вселенной, то он получается для нижнего значения плотности равным $4{,}8 \cdot 10^{28}$ см, а для верхнего $2{,}6 \cdot 10^{28}$ см. Напомним, что экспериментальная оценка этого параметра на сегодняшний день дает цифру $4 \cdot 10^{28}$ см, т. е. порядки цифр полностью совпадают, а отличие составляет всего лишь 20–30%.

Итак, на наш взгляд, совпадение известных на сегодня данных по времени существования Вселенной и по ее радиусу с цифрами, рассчитанными на основе расширенной системы планковских величин, дает вполне приличное согласие, а потому применение расширенной системы планковских величин не только к микромиру, но и ко Вселенной в целом представляется вполне оправданным.

Мы теперь выдвинем гипотезу, что Вселенная в целом обладает некоторым моментом импульса, и рассчитаем его изложенным только что методом. Считая, что импульс и радиус-вектор взаимно перпендикулярны, запишем момент импульса в скалярной форме

$$L = rmv. \tag{8}$$

Если для r применить формулу (4), для m — формулу (6) и принять, что скорость v на периферии равна скорости света (по порядку величин или как верхний предел), то мы получаем:

$$L = \hbar\alpha^n. \tag{9}$$

Считая Вселенную однородным шаром радиуса R, плотности ϱ и со скоростью v на периферии, получаем

$$L = \frac{8\pi}{15}\,\varrho R^4 v.$$

Подставим в эти формулы $\rho = 20 \cdot 10^{-30}\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, $R = 4 \cdot 10^{28}$ см и полученное нами ранее значение $\alpha^n = 2{,}61 \cdot 10^{122}$. Тогда получим: $L = \hbar \cdot 2{,}61 \cdot 10^{122}$, $v = 3{,}2 \cdot 10^9\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$ (32% скорости света).

Таким образом, замена v на скорость света в формуле (8) имеет смысл по порядку величин.

В таком предположении Вселенная как целое вращается вокруг некоторой оси, делая $1{,}3 \cdot 10^{-20}$ оборотов в секунду, или $4 \cdot 10^{-13}$ оборотов в год. При таких параметрах за время своего существования Вселенная повернулась примерно на 2–3 градуса.

В заключительной части данной работы мы выдвинем предположение о том, что расширенная система планковских величин может быть распространена в комплексную область. В этом случае

$\sqrt{\alpha^n} = e^{-2,46n}$ и в комплексном представлении:

$$\sqrt{\alpha^n} = e^{-2,46n}(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Особо обратим внимание на момент импульса:

$$L = \hbar e^{-4,92n}(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Возможная интерпретация комплексной величины линейного размера: либо это — фазовое пространство, либо — дуальное пространство любой природы (для гиперкомплексного обобщения может быть несколько дуальных пространств). Интерпретация массы: продольная и поперечная масса релятивистской механики. Интерпретация момента импульса: вещественный и мнимый спин, полученный автором в работах [5, 6]. Вопрос об интерпретации комплексного времени остается открытым.

Итак, на основе данной работы можно сделать следующие четыре принципиальных вывода. Во-первых, расширенная система планковских величин применима не только для оценки параметров микромира, но и мегамира. Во-вторых, наличие у Вселенной момента импульса говорит о ее анизотропии. В-третьих, бесконечнозначная расширенная система планковских величин согласуется с многомировой интерпретацией квантовой механики Эверетта. В-четвертых, расширенная система планковских величин может быть распространена в комплексную область.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Планк М. Избранные труды. — М.: Наука, 1975.
2. Горелик Г. Е. Размерность пространства. — М.: МГУ, 1983.
3. Челноков М. Б. Расширенная система планковских величин // Physical Interpretations of Relativity Theory. Proceedings of XV International Scientific Meeting PIRT-2009. Moscow, 6–9 July 2009. — P. 415.
4. Физическая энциклопедия. — М.: «Советская энциклопедия», 1988. — Т. 2. — С. 522.
5. Челноков М. Б. О спине фундаментальных частиц. Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки. — 2010. — 3 (38). — с. 22.
6. Челноков М. Б. О проекции спина фундаментальных частиц и проблеме несохранения CP-четности. Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки. — 2010. — 4 (39). — С. 73.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

УДК 539.12;530.145

Н. И. Юрасов

О МАССЕ И ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ БОЗОНА ХИГГСА

Рассмотрены процессы распада бозона Хиггса на две частицы, а именно: (ZZ), (WW), ($\gamma\gamma$). Константа взаимодействия вычислялась на основе самосогласованного расчета. На шкале масс бозона Хиггса обнаружены две точечные области, где возможно существование этого бозона, соответствующие 0,231 ТэВ$/c^2$ и 1,508 ТэВ$/c^2$, где c — скорость света в вакууме. Выполнено сравнение полученных оценок с экспериментальными результатами поиска бозонов Хиггса на Большом адронном коллайдере (БАК).

E-mail: nikyurasov@yandex.ru

Ключевые слова: масса, время жизни, бозон Хиггса, золотое правило Ферми, безразмерная константа взаимодействия, обобщенное соотношение неопределенности, спектр масс бозона Хиггса и спектр безразмерной константы взаимодействия.

В Стандартной модели с момента ее создания существовала проблема массы частиц. П. Хиггс в 1964 г. предложил ее решение с помощью введения в теорию скалярного бозонного поля [1, 2]. Это поле получило название поля Хиггса, а соответствующие бозе-частицы стали называться бозонами Хиггса или H-бозонами. Объединение слабого и электромагнитного взаимодействий в электрослабое и открытие соответствующих переносчиков в виде Z, $W^{\pm}$ бозонов в 1983 г. поставили вопрос о массе H-бозона [3]. Массы Z, $W^{\pm}$ бозонов равны 80,398 ГэВ$/c^2$ и 91,1838 ГэВ$/c^2$ [4] соответственно.

При выполнении закона сохранения энергии-импульса имеем простейший вариант распада H-бозона на две частицы. Тогда при распаде на пары (ZZ) или (WW) получаем оценку массы H-бозона (m_H) в виде $m_H > 160$ ГэВ$/c^2$. Этот диапазон масс сначала исследовали на Тэватроне — электрон-протонном коллайдере Национальной лаборатории имени Ферми, а затем на БАК. Анализ данных экспериментов на электрон-позитронном коллайдере, который предшествовал БАК, дал нижнюю границу m_H: $m_H > 120m_P$, где m_P — масса протона. Данные, полученные на Тэватроне, позволили оценить верхнюю границу: $m_H < 200m_P$. Однако обе оценки не являются жесткими границами и возможен выход за их пределы, например, если ширина распада H-бозона очень мала и энергетическое разрешение детекторов позволяет распаду оставаться в пределах шумов. Это произошло при открытии J/ψ-частицы [2]. В связи с этим важны результаты по оценке не только массы H-бозона, но и времени его жизни. Теоретические оценки этих величин являются целью данной работы.

Используем золотое правило Ферми для расчета времени жизни τ_H бозона Хиггса

$$\frac{1}{\tau_H} = \frac{2\pi}{\hbar} \left|\langle H \rangle\right|^2 \frac{dN}{dE}, \tag{1}$$

где $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$, h — постоянная Планка, $\langle H \rangle$ — матричный элемент квантового перехода, соответствующего распаду H-бозона; $\dfrac{dN}{dE}$ плотность состояний. Формула (1) в явной релятивистски-инвариантной форме имеет вид [5]

$$\frac{1}{\tau_H} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|M_H|^2}{\prod\limits_{IN}(2E) \prod\limits_{OUT}(2E)} D, \tag{2}$$

$$D = \frac{1}{2\pi} \int \prod_{OUT} \left\{ 2E \cdot 2\pi\delta(p^2 - m^2) \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \right\} (2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_{IN} p - \sum_{OUT} p \right), \tag{3}$$

где D — плотность состояний на единичный интервал, M_H — матричный элемент перехода, который был выбран в форме

$$M_H = (4\pi)^{1/2} f(m_H c^2) u_H u_Q u_{Q'}, \tag{4}$$

где f, u_H, u_Q, $u_{Q'}$ — амплитуды взаимодействия, волновых функций бозона Хиггса и частиц (Q, Q'), на которые он распадается. Следуя стандартному ходу расчета подробно представленному в [5], была получена следующая формула для τ_H:

$$\tau_H = \frac{1}{\pi} \frac{1}{f^2} \frac{\hbar}{m_Q c^2} \frac{1}{\sqrt{R^2 - 1}}, \tag{5}$$

где $R = \dfrac{m_H}{2m_Q}$. Поэтому для расчета времени жизни бозона Хиггса нужно знать его массу. Для первого приближения было использовано следующее предположение:

$$r p_Q = \frac{\hbar}{2}, \tag{6}$$

где r — радиус взаимодействия, $r = \dfrac{\hbar}{m_Q c}$ и $p_Q = c\sqrt{\dfrac{m_H^2}{4} - m_Q^2}$. В итоге была получена следующая оценка:

$$m_H = \sqrt{5} m_Q, \tag{7}$$

которая для распадов (ZZ), (WW) попадает в указанный выше экспериментальный интервал оценок $160 \ldots 200$ ГэВ$/c^2$. При этом для $f \approx 10^{-5}$ получается оценка $\tau_H \approx 10^{-17}$ с. Однако результаты последних экспериментов на БАК почти полностью исключили найденный диапазон значений массы бозона Хиггса [6]. Поэтому необходимо

уточнить условие (6). Это можно сделать, используя обобщения соотношения неопределенностей Гейзенберга вида (6), которое получено в [7] и для распада на заряженные частицы с модулем заряда q имеет вид

$$|\Delta E \cdot \Delta t - \Delta p \Delta x + q \Delta\varphi \Delta t| = \hbar. \tag{8}$$

Здесь $\Delta E = (m_H - 2m_Q)c^2$; $\Delta p = \dfrac{\Delta E}{c}$; $q\Delta\varphi = -\alpha m_Q c^2$; $\Delta x = \dfrac{\hbar}{m_Q c}$; $\Delta t = \tau_H$; α — постоянная тонкой структуры. Для распада на незаряженные частицы Z-бозоны или γ-фотоны $q = 0$, и последнее слагаемое в (8) исчезает.

Чтобы получить второе приближение было предположено, что масса бозона Хиггса при распадах (ZZ), (WW) одинакова. Тогда, подставляя формулу (5) в формулу (8), для Z- и W-бозонов получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \left| \dfrac{(x-2)y}{\sqrt{(x-2)(x+2)}} - (x-2) \right| = 1; \\ \left| \left(1 - \dfrac{\alpha}{\xi x - 2}\right) \dfrac{(\xi x - 2)y}{\sqrt{(\xi x - 2)(\xi x + 2)}} - (\xi x - 2) \right| = 1, \end{cases} \tag{9}$$

где $x = \dfrac{m_H}{m_Z}$; $\xi = \dfrac{m_Z}{m_W}$; $y = \dfrac{2}{\pi f^2}$. При компьютерном моделировании были введены вспомогательные функции F и G:

$$F(x) = \frac{(\xi x - (2+\alpha))(x-1)}{\sqrt{(\xi x - 2)(\xi x + 2)}} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}; \quad G(x) = \xi x - b, \tag{10}$$

где b — параметр. Были проанализированы четыре случая, возникающие при решении системы (9), при условии $F = G$. Результаты численного анализа представлены на рис. 1 и 2.

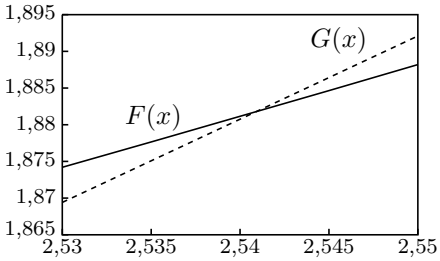


Рис. 1. Результат численного анализа функций F и G при $b = 1$

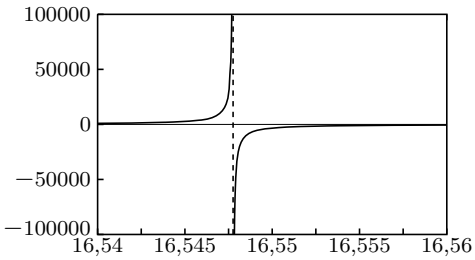


Рис. 2. Результат численного анализа обратной разности $\dfrac{1}{F(x) - G(x)}$ при $b = 3$

Им соответствуют значения f, равные 0,3776 и 0,2040, и $m_H = 231{,}7$ ГэВ$/c^2$ и $m_H = 1508$ ГэВ$/c^2$ соответственно.

Система уравнений (9) может быть использована для анализа процесса распада бозона Хиггса на два фотона ($\gamma\gamma$). При этом нужно перенормировать переменную x.

Выводы

1. Получена на основе обобщения принципа неопределенности Гейзенберга система уравнений для самосогласованного расчета массы бозона Хиггса и константы взаимодействия.

2. Выполнен расчет спектра масс бозона Хиггса.

3. Выполнен расчет констант взаимодействия, соответствующих массам бозона Хиггса.

4. Спектр масс бозона Хиггса соответствует области, исследуемой на БАК.

5. В первом приближении оценено время жизни бозона Хиггса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Higgs P.A. // Phys. Rev. Lett. — 1964. — Vol. 13. — P. 508.
2. Kane G. Modern Elementary Particle Physics. Addison-Wesley Publishing Comp. 1987.
3. Review of particle physics // Phys. Lett. B. — 2008. — Vol. 667, 1–5.
4. D0 Collaboration // Nature. — 2004. — Vol. 429. — P. 638, arX:hep-ex/040603.
5. Feynman R.P. The theory of fundamental processes. N. Y. W. A. Benjamin Inc. 1961.
6. Combination of Higgs Searches, Report number CMS-PAS-11-022.
7. Yurasov N.I. // Proc. of XV International Scientific Meeting PIRT-2009. — Moscow: BMSTU, 2009. — P. 444.

Статья поступила в редакцию 30.09.2011

Авторы статей

Darvas Gyorgy. Born 1948. University graduation: MS in Physics, Roland Eőtvős University, Budapest, 1971 (specialization in Theoretical physics). MS in Philosophy, Roland Eőtvős University, Budapest, 1974 (specialization in Philosophy of science). Dr. univ., Roland Eőtvős University, Budapest, 1985. Ph. D., Roland Eőtvős University, Budapest, 1996.

Mišković Olivera. Instituto de Física, Pontifcia Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, Valparaíso, Chile.

Olea Rodrigo. Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, Valparaíso, Chile.

Rowlands Peter. Born 1949. Graduated University of Manchester: BSc 1970, PhD 1975. Research Fellow of Physics Department, University of Liverpool, UK. Research interests: quantum mechanics, particle physics, gravity, fundamental symmetries. 150 research publications.

Антонюк Павел Николаевич. Родился в 1950 г. Окончил МГУ им. М. В. Ломоносова в 1976 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Варгашкин Владимир Яковлевич. Родился в 1961 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры физики Естественнонаучного факультета Государственного университета учебно-научно-производственного комплекса (г. Орел).

Васильев Николай Сергеевич. Младший научный сотрудник ГОУ ВПО МГТУ им. Н. Э. Баумана; ЗАО «Центр Прикладной Физики при МГТУ им. Н. Э. Баумана».

Гладышев Владимир Олегович. Родился в 1966 г. Окончил МГТУ им. Н. Э. Баумана. Д-р физ.-мат. наук, декан факультета «Фундаментальные науки» с 2011 г. Профессор кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана. Директор НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике.

Гладышева Татьяна Михайловна. Родилась в 1966 г. Окончила МГТУ им. Н. Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Горелик Владимир Семенович. Д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. лабораторией; Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН); Лаборатория комбинационного рассеяния света, ФИАН.

Жотиков Вадим Геннадьевич. Родился в 1951 г. Окончил Московский физико-технический институт (кафедра академика П. Л. Капицы) в 1975 г. и аспирантуру Института физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук в 1979 г. Канд. физ.-мат. наук (1979), доцент ВАК (2004). В настоящее время работает на кафедре общей физики и кафедре проблем квантовой физики Москоского физико-технического института (государственный университет).

Измайлов Георгий Николаевич. Родился в 1945 г. Окончил в 1972 г. МГУ им. М. В. Ломоносова. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Физика» Московского авиационного института (Национальный исследовательский университет).

Кауц Владимир Леонидович. Окончил Московский инженерно-физический институт в 1987 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана. Научный сотрудник Астрокосмического Центра Физического института им. П. Н. Лебедева РАН.

Киктенко Евгений Олегович. Родился в 1988 г. Студент МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Кирьянов Даниил Алексеевич. Студент кафедры «Системы автоматизированного проектирования» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Коротаев Сергей Маратович. Родился в 1950 г. Окончил ЛГМИ в 1972 г. Д-р физ.-мат. наук, заведующий лабораторией ЦГЭМИ ИФЗ РАН, профессор кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Корюкин Валерий Михайлович. Родился в 1949 г. В 1971 г. окончил физический факультет Казанского государственного университета им. В. И. Ульянова-Ленина. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математического анализа и теории функций Марийского государственного университета.

Крысанов Владимир Алексеевич. Окончил МГУ им. М. В. Ломоносова в 1975 г. Окончил аспирантуру МГУ им. М. В. Ломоносова в 1981 г. Канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института ядерных исследований РАН.

Лебедев Юрий Александрович. Доцент кафедры «Химия» МГТУ им. Н. Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент. Руководитель общественного «Международного центра эвереттических исследований (МЦЭИ)».

Леонтьев Андрей Дмитриевич. Окончил магистратуру кафедры физики МГТУ им. Н. Э. Баумана по специальности «Техническая физика» в 2010 г. Аспирант кафедры физики МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Петров Александр Николаевич. Закончил МГУ им. М. В. Ломоносова в 1979 г. Д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Государсвенного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова.

Сипаров Сергей Викторович. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Физика» Государственного Университета гражданской авиации, Санкт-Петербург.

Терешин Александр Андреевич. Студент IV курса МГТУ им. Н. Э. Баумана, специальность «Техническая физика». Сотрудник лаборатории электродинамики движущихся сред на кафедре «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Тиунов Павел Сергеевич. Окончил магистратуру кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана по специальности «Техническая физика» в 2010 г. Аспирант кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Фомин Игорь Владимирович. Окончил Ульяновский государственный университет. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Челноков Михаил Борисович. Родился в 1938 г. Окончил Московский авиационный институт и аспирантуру этого же института, работал в оборонной промышленности. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана, чл.-кор. Российской академии естественных наук.

Шарандин Евгений Анатольевич. Окончил МГТУ им. Н. Э. Баумана в 1989 г. Научный сотрудник НИИ радиоэлектронной техники МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Юрасов Николай Ильич. Родился в 1943 г. Окончил в 1966 г. МВТУ им. Н. Э. Баумана и в 1974 г. МИФИ. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Яворский Александр Васильевич. Родился в 1991 г. Студент 4 курса МГТУ им. Н. Э. Баумана, специальность «Техническая физика». Сотрудник лаборатории электродинамики движущихся сред кафедры «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

В соответствии с постановлением Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации журнал «Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана» включен в Перечень периодических и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

Редакция журнала принимает к рассмотрению статьи, подготовленные в высших учебных заведениях, научных и промышленных организациях Российской Федерации, содержащие оригинальные научные результаты или технические разработки.

ПРИ ПОДГОТОВКЕ СТАТЕЙ ПРОСИМ ВАС РУКОВОДСТВОВАТЬСЯ СЛЕДУЮЩИМИ ПРАВИЛАМИ

1. Общие требования.

1.1. Текст статьи общим объемом не более 20 страниц, содержащий не более 5-7 графических изображений (рисунков, фотографий, включая *а, б, в*), должен быть **тщательно отредактирован** и подписан всеми авторами. Превышение указанных объемов предоставляемого материала статей должно быть обосновано и согласовано с редакцией журнала.

К статье должны быть приложены представление от НТС кафедры или НИИ и экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати.

1.2. Статьи, таблицы, подписи к рисункам, список литературы должны быть **четко** напечатаны (в двух экземплярах) с двойным интервалом и полями с левой стороны шириной 3-4 см; страницы должны быть пронумерованы. Все виды компьютерного набора должны быть максимально приближены к обычному машинописному тексту и сопровождаться дубликатом на **качественных** электронных носителях информации, **гарантированно свободных** от компьютерных вирусов.

1.3. В начале статьи в левом верхнем углу ставится индекс УДК. Далее на первой странице данные идут в такой последовательности: инициалы и фамилии авторов, полное название статьи, краткая (5–10 строк) аннотация, ключевые слова (5-10 слов) на русском и английском языках, адрес электронной почты. Затем идет текст статьи и список литературы.

1.4. На **отдельных листах** представляются: таблицы; рисунки; подписи к рисункам; краткие сведения об авторах с указанием года рождения, года окончания вуза и его названия, научной степени, места работы и должности, а также количества опубликованных работ с указанием области научных интересов; номера контактных телефонов, адрес электронной почты. Авторам статей, принятых к опубликованию, желательно представить в редакцию свои фотографии (черно-белые) размером 3 см×4 см или отдельными файлами их электронные (цифровые) аналоги.

1.5. Используемые в статьях термины, единицы измерения и условные обозначения должны быть общепринятыми. Аббревиатуры без разъяснений не допускаются, за исключением принятых сокращений единиц измерения, физических, химических, технических и математических величин и терминов (единицы измерения даются в русской транскрипции). Редакция просит не использовать нестандарные символы и выделения (рамки, затенения и т.п.). Все формулы и буквенные обозначения величин должны быть крупно и четко вписаны чернилами от руки или набраны на компьютере.

2. Требования к текстовой части статьи.

2.1. При подготовке статьи на ПЭВМ все текстовые материалы (исключая рисунки) должны представляться **единым файлом**; встраивание (импорт) графического материала в текст статьи **недопустимо.** Компьютерную подготовку статей следует проводить посредством текстовых редакторов, использующих стандартный код ASCII, MS Word for Windows версий не выше Word 2003 или (предпочтительно) любой из версий пакета TEX.

2.2. При подготовке текста статьи на ПЭВМ с использованием текстовых редакторов, допускающих формульный набор, необходимо использовать шрифт **не менее** 12 pt для строчных символов, 10 pt для индексов и 9 pt для субиндексов; индексы и субиндексы должны быть четко позиционированы.

2.3. Расстояние между строками формул должно быть не менее 1 см. Следует четко различать написание букв n, h и u; g и q; a и d; U и V; ξ и ζ; v, ϑ и ν и т.д. Прописные и строчные буквы, различающиеся только своими размерами (C и c, K и k, S и s, O и o, Z и z и др.), подчеркиваются карандашом двумя чертами: прописные — снизу, строчные — сверху ($\underline{\underline{P}}$, $\overline{\overline{p}}$; $\underline{\underline{S}}$, $\overline{\overline{s}}$). **Латинские** буквы подчеркиваются волнистой чертой снизу, **греческие** — красным цветом, **полужирные** символы — синим.

2.4. Индексы и показатели степени следует писать четко, ниже или выше строки, и отчеркивать дужкой ($\frown$ — для нижних индексов и $\smile$ — для верхних) карандашом. Цифра 0 (нуль), а также сокращения русских слов в индексах подчеркиваются прямой скобкой $\underline{\quad}$.

2.5. Употребление **в формулах** специальных, в частности готических и **русских**, букв, а также символов (например, $\mathcal{L}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{A}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{F}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{P}$, $\mathbb{R}$, ∇, $\bigoplus$, $\exists$ и др.) следует особо отмечать на полях рукописи.

2.6. Нумерация формул дается в круглых скобках; нумеруются только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.

2.7. На полях текста статьи указывается место таблицы или рисунка напротив первой ссылки на него.

3. Требования к графической части статьи.

3.1. Рисунки (в двух экз.) должны быть тщательно выполнены на белой бумаге тушью (черным фломастером) или подготовлены на ПЭВМ с использованием графических редакторов **в черно-белом** или **сером** изображении. Не рекомендуется помещать на рисунке ненужные детали; текстовую информацию и условные обозначения следует выносить в подрисуночную подпись, заменяя их на рисунке цифрами или буквами, соответствующими обозначениям в тексте статьи. На обратной стороне каждого рисунка должны быть проставлены фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

3.2. Авторские рисунки к статье сканируются **без изменений**, поэтому рисунки должны быть четкими и иметь истинный масштаб изображения, но не более 125 мм $\times$ 190 мм для публикации на полосе журнала.

3.3. Буквенные и цифровые обозначения на рисунках должны быть **полностью** идентичны по начертанию обозначениям в тексте статьи. Размерности величин и другие текстовые фрагменты на рисунках должны быть даны исключительно **в русской** транскрипции.

3.4. Рисунки, **подготовленные на ПЭВМ**, должны представляться в распечатанном виде и в электронной форме **только отдельными файлами** с индивидуальной кодировкой в черно-белом или сером изображении векторных (*.eps, *.cdr, *.wmf) или растровых (*.pcx, *.bmp, *.tif, *.png, *.jpg) графических форматов; масштаб изображения должен соответствовать реальному.

3.5. Толщина линий на контурных рисунках должна обеспечивать их четкое восприятие (0,2–0,4 мм); рекомендуемый размер шрифта надписей 10–11 pt.

3.5. Рисунки, полученные в результате работы с CAD- или расчетными программами (NASTRAN, ANSYS, MATLAB и т.п.), для использования в публикации должны быть доработаны с учетом требований пп. 3.2 и 3.3 и представлены в форматах, указанных в п. 3.4.

3.6. В статьях, принятых к опубликованию в журнале, редакторские правки в графический материал (рисунки) вносятся авторами.

Статьи, оформленные с нарушением перечисленных выше правил, редакцией не рассматриваются.

Публикации в журнале «Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана» бесплатные, но, в связи с изменением условий распространения журнала, для получения авторских номеров необходимо оформить заявку на необходимое число экземпляров журнала, которые можно купить за наличный расчет в киоске издательства или (для иногородних авторов) оформив банковский платеж в отделе распространения издательства МГТУ им. Н.Э. Баумана (тел. 499-263-60-45;
e-mail: press@bmstu.ru).

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

Сдано в набор 01.11.2011 Подписано в печать 01.11.2011
Формат 70 $\times$ 108/16 Печать офсетная Усл.-печ. л. 21,2 Уч.-изд. л. 21,5
Заказ
Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана

---

*Статьи настоящего выпуска журнала публикуются в авторской редакции.